

Geldtheorie und -politik

Definition und Bestimmung von Zinssätzen (Mishkin, Kapitel 4)

11. April 2011

Überblick

- Barwertkonzept
- Kreditmarktinstrumente: Einfaches Darlehen, Darlehen mit konstanten Raten, Nullkupon-Anleihe, abgezinste Anleihe (discount bond)
- Zinsmessung: Endfälligkeitsrendite (yield to maturity)
- Unterscheidung zwischen Zins und Ertrag
- Unterscheidung zwischen nominalem und realem Zins

Barwertkonzept

- Hintergrund: Unterschiedliche Kreditinstrumente sind mit unterschiedlichen Zahlungsströmen zu unterschiedlichen Zeitpunkten verbunden:

⇒ Es wird ein konzeptioneller Rahmen benötigt, der es möglich macht, die Zahlungsströme miteinander zu vergleichen

= Barwertkonzept

- Grundsätzliche Intuition: Eine Zahlung in der Zukunft ist weniger wert als die gleiche Zahlung heute.

Beispiel: Zukünftiger Wert von 100€ heute

- Annahme: Der Zins, i , auf eine Anlage beträgt 0.10 (= 10%).
- Legt man heute 100€ an, erhält man in einem Jahr: $100€(1 + 0.10) = 110€$.
- In zwei Jahren erhält man: $110€ * (1 + 0.10) = 100€ * (1 + 0.10)^2 = 121€$.
- In n Jahren erhält man: $100€ * (1 + 0.10)^n$.

Berechnung des Barwertes

- PV = Barwert (present value)
- CF = zukünftige Zahlung (cash flow payment) in n Perioden
- i = Zinsrate
- Dann beträgt der Barwert der Zahlungen CF:

$$PV = \frac{CF}{(1 + i)^n}$$

⇒ Barwert sagt aus, welchen Wert eine bestimmte zukünftige Zahlung heute hat.

Kreditmarktinstrumente

- Einfaches Darlehen:
 - Kreditgeber überläßt Kreditnehmer eine bestimmte Menge an Geld, die am Fälligkeitstag zusammen mit den Zinsen zurückzuzahlen ist.
- Darlehen mit konstanten Raten:
 - Der Verleihende überläßt dem Leihenden eine bestimmte Menge an Geld, die dieser zurückzahlt, indem er in jeder Periode eine gleiche Zahlung (die einen Teil der Hauptschuld sowie die Zins enthält) zahlt.

Kreditmarktinstrumente

- Kupon-Anleihe:
 - Der Emittent tätigt in jeder Periode bis zur Fälligkeit eine bestimmte Zahlung (coupon payment) und zahlt bei Fälligkeit den Nennwert (face value) zurück.
- Abgezinsten Anleihe (discount bond, zero-coupon bond):
 - Anleihe, die unter ihrem Nennwert gekauft wird und bei Fälligkeit den Nennwert erzielt.

Zinsmessung: Endfälligkeitsrendite

- **Endfälligkeitsrendite (yield to maturity):**
- = Zinssatz, der den Barwert der Zahlungen eines Schuldinstruments seinem heutigen Wert gleichsetzt.

Einfaches Darlehen: Endfälligkeitsrendite

- Wir betrachten ein einfaches Darlehen mit folgenden Charakteristika:
 - $PV = \text{Darlehen} = 100\text{€}$.
 - $CF = \text{Zahlung in einem Jahr} = 110\text{€}$.
 - $n = \text{Anzahl an Jahren} = 1$.
- Die Endfälligkeitsrendite dieses einfachen Darlehen kann wie folgt berechnet werden:

$$\bullet \ \$100 = \frac{\$110}{(1+i)^1} \Rightarrow (1+i)^1 \$100 = \$110 \Rightarrow (1+i) = \frac{\$110}{\$100}.$$

$$\Rightarrow 1+i = 1.1 \Rightarrow i = 0.10 = 10\%.$$

\Rightarrow Im Falle einfacher Darlehen: Der einfache Zinssatz entspricht der Endfälligkeitsrendite.

Darlehen mit konstanten Raten: Endfälligkeitsrendite

- Wir betrachten folgendes Darlehen mit konstanten Ratenzahlungen:
 - LV = Darlehenswert
 - FP = fixe jährliche Zahlung
 - n = Anzahl an Jahren bis zur Fälligkeit
- Die Endfälligkeitsrendite für dieses Darlehen kann berechnet, indem folgende Gleichung:

$$LV = \frac{FP}{1+i} + \frac{FP}{(1+i)^2} + \frac{FP}{(1+i)^3} + \dots + \frac{FP}{(1+i)^n}$$

nach i aufgelöst wird.

Kuponanleihe: Endfälligkeitsrendite

- Wir betrachten eine Kuponanleihe mit folgenden Charakteristika:
 - P = Preis der Kuponanleihe
 - C = jährliche Kuponzahlung
 - F = Nennwert des Kuponanleihe
 - n = Anzahl der Jahre bis zur Fälligkeit
- Die Endfälligkeitsrendite dieser Kuponanleihe kann berechnet werden, indem folgende Gleichung:

$$P = \frac{C}{1+i} + \frac{C}{(1+i)^2} + \frac{C}{(1+i)^3} + \dots + \frac{C}{(1+i)^n} + \frac{F}{(1+i)^n}$$

nach i aufgelöst wird.

Kuponanleihe: Beziehung zwischen ihrem Preis und ihrer Endfälligkeitsrendite (Nennwert = 1.000\$)

Price of Bond (\$)	Yield to Maturity (%)
1,200	7.13
1,100	8.48
1,000	10.00
900	11.75
800	13.81

⇒ Entspricht der Preis der Kuponanleihe ihrem Nennwert, entspricht die Endfälligkeitsrendite gleich der Kuponrate.

⇒ Der Preis der Kuponanleihe und die Endfälligkeitsrendite sind negativ miteinander korreliert.

Abgezinste Anleihe: Endfälligkeitsrendite

- Wir betrachten eine einjährige abgezinste Anleihe mit folgenden Charakteristika:
 - F = Nennwert
 - P = gegenwärtiger Preis
- Endfälligkeitsrendite:

$$P = \frac{F}{1+i} \Rightarrow i = \frac{F - P}{P}$$

⇒ Die Endfälligkeitsrendite steht in einem negativen Verhältnis zum Preis.

Ertragsrate: Definition

- Ertragsrate = Zahlungen an den Investor plus Kapitalgewinn jeweils geteilt durch die Anfangsinvestition.

- Formal:

$$\text{RET} = \frac{C}{P_t} + \frac{P_{t+1} - P_t}{P_t}$$

wobei gilt:

- RET = Ertragsrate zwischen Periode t und $t + 1$
- P_t = Preis der Anleihe in t
- C = Kuponzahlung
- $\frac{C}{P_t}$ = gegenwärtiger Ertrag = i_c
- $\frac{P_{t+1} - P_t}{P_t}$ = Rate des Kapitalgewinns = g

Ertragsrate und Zinssatz: Einige Fakten

- Zur Erinnerung: Die Endfälligkeitsrendite einer Kuponanleihe ist gegeben durch:

$$P = \frac{C}{1+i} + \frac{C}{(1+i)^2} + \frac{C}{(1+i)^3} + \dots + \frac{C}{(1+i)^n} + \frac{F}{(1+i)^n}$$

- Die Ertragsrate ist nur dann identisch mit der Endfälligkeitsrendite, wenn die Anleihe bis zur Fälligkeit gehalten wird.
- Ein Anstieg des Zinssatzes führt zu einer Reduktion des Preises, was wiederum einen Kapitalverlust bedingt, wenn die Anleihe vor ihrer Fälligkeit veräußert wird.

Ertragsrate und Zinssatz: Einige Fakten

- Je länger die Laufzeit einer Anleihe, desto stärker reagiert der Preis der Anleihe auf eine Zinsveränderung.
 - ⇒ Ertragsrate wird in diesem Fall durch einen Anstieg des Zinses stark beeinträchtigt.

Auswirkungen von Zinssatzänderungen auf die Ertragsrate: Beispiel

TABLE 2 One-Year Returns on Different-Maturity 10%-Coupon-Rate Bonds
When Interest Rates Rise from 10% to 20%

(1) Years to Maturity When Bond Is Purchased	(2) Initial Current Yield (%)	(3) Initial Price (\$)	(4) Price Next Year* (\$)	(5) Rate of Capital Gain (%)	(6) Rate of Return (2 + 5) (%)
30	10	1,000	503	-49.7	-39.7
20	10	1,000	516	-48.4	-38.4
10	10	1,000	597	-40.3	-30.3
5	10	1,000	741	-25.9	-15.9
2	10	1,000	917	-8.3	+1.7
1	10	1,000	1,000	0.0	+10.0

*Calculated using Equation 3.

Zinsrisiko

- Beobachtung: Die Preise und Erträge langfristiger Anleihen sind volatiler als diejenigen kürzerfristiger Anleihen.
- Zinsrisiko: Risiko einer Anlage, die aus einer Veränderung des Zinssatzes resultiert.
- Beachte: Wird eine Anleihe bis zur Fälligkeit gehalten, besteht kein Zinsrisiko.

Real- und Nominalzins

- Realzinsen entsprechen den Nominalzinsen, angepasst um die Inflationsrate..
- Ex-ante Realzins: Anpassung des Nominalzinses um die erwartete Inflationsrate.
- Ex-post Realzins: Anpassung des Nominalzinses um die tatsächliche Inflationsrate.

Beziehung zwischen Real- und Nominalzins: Die Fisher-Gleichung

- Die Beziehung zwischen Real- und Nominalzins kann wie folgt dargestellt werden:

$$i = i_r + \pi^e$$

wobei gilt:

- i = Nominalzins
- i_r = Realzins
- π^e = erwartete Inflationsrate

Das Verhalten von Real- und Nominalzins



⇒ Es gibt erhebliche Unterschiede im Verhalten von Real- und Nominalzins.