

Universität Siegen

Fakultät IV

Masterarbeit

Master of Science

-

Wirtschaftsingenieurwesen

Sommersemester 2016

Thema: Optimierung von Druckerhöhungsanlagen

Name: Jonas Benjamin Weber

Matrikel-Nr.: 945 411

Abgabedatum: 31. August 2016

1. Betreuer: Univ.-Prof. Dr. Ulf Lorenz

2. Betreuer: M. Sc. Michael Hartisch

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich all jenen danken, die mich im Rahmen dieser Arbeit begleitet haben.

Mein ganz besonderer Dank gilt Herrn Univ.-Prof. Dr. Ulf Lorenz für die interessante Aufgabenstellung, Betreuung und Bewertung. Seine fachliche und persönliche Unterstützung hat diese Arbeit überhaupt erst ermöglicht. Durch die fachlichen Diskussionen und Anregungen hat meine Arbeit stark an thematischer Vielfalt gewonnen.

Zudem gilt mein Dank Herrn M.Sc. Michael Hartisch für die Zweitbegutachtung dieser Arbeit sowie die fachliche Unterstützung.

Zusätzlich möchte ich mich bei Herrn Thorsten Ederer, Herrn Jan Wolf, Herrn Bastian Döring und Herrn Daniel Schnitzler bedanken, die mir in Gesprächen stets hilfreiche Anregungen geben konnten.

Darüber hinaus möchte ich mich bei meinen Eltern bedanken, die mir durch ihre Unterstützung mein Studium ermöglichten und durch stundenlanges Korrekturlesen einen erheblichen Beitrag zu dieser Arbeit geleistet haben.

Danken möchte ich außerdem meiner Freundin, die mich mit viel Geduld moralisch unterstützt hat.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	VII
Tabellenverzeichnis	IX
Algorithmenverzeichnis	X
Abkürzungsverzeichnis	XI
1 Einleitung	1
2 Hintergrund und Problemstellung	4
3 Technical Operations Research	7
4 Druckerhöhungsanlagen	11
4.1 Verwendung	11
4.2 Anlagenarten	11
4.2.1 Druckerhöhungsanlagen mit Kaskadenregelung	11
4.2.2 Druckerhöhungsanlagen mit stufenloser Drehzahlregelung einer Pumpe	12
4.2.3 Druckerhöhungsanlagen mit stufenloser Drehzahlregelung aller Pumpen	12
4.3 Anschlussarten	12
4.3.1 Unmittelbarer Anschluss	13
4.3.2 Mittelbarer Anschluss	15
4.4 Druckzonen	15
5 Physikalische Grundlagen von Fluidfördersystemen	18
5.1 Kontinuitätsgleichung	18
5.2 Bernoulli-Gleichung	19
5.3 Serielle und parallele Schaltung von Pumpen	19
5.3.1 Serielle Schaltung	20
5.3.2 Parallele Schaltung	20
5.4 Zusammenhang der Zustandsgrößen von Pumpen	20
6 Graphentheoretische Modellierung	22
6.1 Graphentheoretische Grundlagen	22
6.2 Fluss-Netzwerke	25
6.3 Serien-parallele Netzwerke	27
6.4 Graphentheoretische Modellierung einer Druckerhöhungsanlage	31
7 Modellierung	33
7.1 Gemischt-Ganzzahlige Lineare Optimierung	33
7.2 Modellierung einer Druckerhöhungsanlage	35
7.3 Generierung von MIPs für Druckerhöhungsanlagen	40
7.3.1 TOR-Planer	40
7.3.2 Generierung und Änderung von MIPs	44

8 Simulated Annealing	45
8.1 Metaheuristiken und Lokale Suchen	45
8.2 Grundlagen und Standardalgorithmus	47
8.3 Implementierung	52
8.3.1 Nachbarschaftsfunktion	52
8.3.2 Generierung der Startlösung	55
8.3.3 Cooling Schedule	55
8.3.4 Speichern der besten Lösung	56
8.3.5 Strafterm	57
8.3.6 Speichern von Ergebnissen	57
9 Duale Schranken	59
9.1 Primale, duale Schranke und Optimalitätslücke	59
9.2 Implementierung	62
10 Branch-and-Bound	64
10.1 Grundlagen	64
10.2 Implementierung	67
11 Testinstanzen	70
11.1 Gebäude	70
11.2 Nutzung	71
11.3 Verbrauchs- und Lastprofile	73
11.4 Warmwasseraufbereitung	77
11.5 Verfügbare Pumpen	78
12 Berechnung von Testinstanzen	81
12.1 Ermittlung des Förderstroms der Druckerhöhungsanlage	82
12.2 Ermittlung von Minimal-, Maximaldruck und Vordruckschwankung vor der Druckerhöhungsanlage	83
12.3 Ermittlung des erforderlichen Druckes nach der Druckerhöhungsanlage	85
12.4 Ermittlung der Stockwerke ohne Druckerhöhungsanlage	86
12.5 Ermittlung der erforderlichen Druckhöhe der Druckerhöhungsanlage . .	87
12.6 Einteilung der Druckzonen	87
12.7 Bestimmung des maximalen Stockwerkdrucks	88
12.8 Bestimmung des minimalen Stockwerkdrucks	88
13 Auswertung	91
13.1 Lösungsgüte	91
13.1.1 Simulated Annealing	91
13.1.2 Duale Schranken	93
13.2 Untersuchung der Topologie	95
13.3 Laufzeiten und Laufzeitvergleich	101
13.4 Lösungsverlauf	104
13.4.1 Simulated Annealing	104
13.4.2 Branch-and-Bound	108
14 Ausblick und Fazit	110
Literaturverzeichnis	113

Anhang	118
Eidesstattliche Erklärung	142

Abbildungsverzeichnis

3.1	TOR-Pyramide	8
4.1	DEA - Unmittelbarer Anschluss	13
4.2	DEA - Mittelbarer Anschluss	13
4.3	DEA - Ausführungsart A	16
4.4	DEA - Ausführungsart B	16
4.5	DEA - Ausführungsart C	16
4.6	DEA - Ausführungsart D	17
5.1	Serienschaltung zweier Pumpen	19
5.2	Parallelschaltung zweier Pumpen	19
5.3	Pumpenkennlinie einer drehzahlgeregelten Kreiselpumpe	21
6.1	Ungerichteter Graph	22
6.2	Gerichteter Graph	22
6.3	Kantengewichteter, ungerichteter Graph	23
6.4	Digraph	24
6.5	Baum	24
6.6	Fluss-Netzwerk	25
6.7	Enumeration aller s.-p. Netzwerke der Ordnung 1 bis 4	29
6.8	Vollständiger Topologiegraph mit ausgewählter Topologie	31
7.1	Komplexitätsklassen	34
7.2	Schematische Darstellung der Problemstruktur	40
7.3	TOR-Planer - Schematischer Ablauf der Methodik	41
7.4	TOR-Planer - Übersicht des Funktionsumfangs	43
7.5	TOR-Planer - Modelliertes System mit Freiheitsgraden	43
7.6	TOR-Planer - Optimiertes System	44
8.1	Zielfunktionswert in Abhängigkeit der Konfiguration	47
8.2	Schematische Darstellung der Abkühlung von Festkörpern	48
8.3	Flussdiagramm Simulated Annealing	49
9.1	Primale und Duale Schranke im Zeitverlauf	61
10.1	B&B-Entscheidungsbaum	65
11.1	Verbrauchsprofil Wohngebäude	73
11.2	Lastprofil Wohngebäude	74
11.3	Verbrauchsprofil Bürogebäude - Werkstage	75
11.4	Lastprofil Bürogebäude - Werkstage	75
11.5	Lastprofil Bürogebäude - inkl. Wochenende	76
11.6	Verbrauchsprofil Krankenhaus	76
11.7	Lastprofil Krankenhaus	77
11.8	Zentrale Warmwasserbereitung über Heizkessel mit Speicher	77
11.9	Gruppenversorgung mit dezentralen Gaswasserheizgeräten	78
11.10	Baureihenkenlinien - Wilo Economy MHIE	79
12.1	Fließschema des unmittelbaren Anschluss einer DEA	81
13.1	G15-350_K_D_MDM_P1 - Optimale Lösung: Topologie	96
13.2	G15-350_K_D_MDM_P1 - Lösung SA: Topologie	96
13.3	G15-350_K_D_MDM_P1 - Optimale Lösung: Betrieb Lastfall 1	96
13.4	G15-350_K_D_MDM_P1 - Optimale Lösung: Betrieb Lastfall 2 und 3	97
13.5	G15-350_K_D_MDM_P1 - Optimale Lösung: Betrieb Lastfall 4 und 5	97
13.6	G15-350_K_D_MDM_P1 - Lösung SA: Betrieb Lastfall 1	98
13.7	G15-350_K_D_MDM_P1 - Lösung SA: Betrieb Lastfall 2 und 3	98

13.8	G15-350_K_D_MDM_P1 - Lösung SA: Betrieb Lastfall 4 und 5	98
13.9	G15-350_K_Z_MDM_P1 - Optimale Lösung: Topologie	100
13.10	G15-350_K_Z_MDM_P1 - Lösung SA: Topologie	100
13.11	G15-350_K_Z_MDM_P1 - Optimale Lösung: Betrieb Lastfall 1	100
13.12	G15-350_W_D_MDM_P2 - Lösungsverlauf SA: Beste Lösung	105
13.13	G15-350_K_D_MDM_P1 - Lösungsverlauf SA: Beste Lösung	106
13.14	G15-350_K_D_MDM_P1 - Lösungsverlauf SA: Aktuelle Lösung	107
13.15	G15-350_W_D_MDM_P2 - Lösungsverlauf SA: Aktuelle Lösung	108
13.16	G15-350_W_D_MDM_P2 - Lösungsverlauf B&B	109
13.17	G15-350_K_D_MDM_P1 - Lösungsverlauf B&B	109

Tabellenverzeichnis

4.1	Mögliche Systemkonfigurationen DEA	13
6.1	Anzahl serien-paralleler Netzwerke - unmarkierte Kanten	30
6.2	Anzahl serien-paralleler Netzwerke - markierte Kanten	30
7.1	Variablen des MIPs einer DEA	36
7.2	Parameter des MIPs einer DEA	36
11.1	Gebäudecharakteristika	71
11.2	Wohnungsausstattung Wohngebäude	71
11.3	Stockwerkausstattung Bürogebäude	72
11.4	Verfügbare Einzelpumpen - Pumpenpool 1	79
11.5	Verfügbare Einzelpumpen - Pumpenpool 2	79
11.6	Ausprägungskombinationen der Testinstanzen	80
12.1	Max. und min. Druck je Stockwerk	90
13.1	SA: Lösungsgüte - Bürogebäude	91
13.2	SA: Lösungsgüte - Wohngebäude	92
13.3	SA: Lösungsgüte - Krankenhaus	92
13.4	Duale Schranken: Lösungsgüte - Bürogebäude	94
13.5	Duale Schranken: Lösungsgüte - Wohngebäude	94
13.6	Duale Schranken: Lösungsgüte - Krankenhaus	94
13.7	G15-350_K_D_MDM_P1 - Lastfälle	95
13.8	Laufzeiten - Bürogebäude	101
13.9	Laufzeiten - Krankenhaus	102
13.10	Laufzeiten - Wohngebäude	102
13.11	Laufzeitvergleich - Bürogebäude	103
13.12	Laufzeitvergleich - Krankenhaus	103
13.13	Laufzeitvergleich - Wohngebäude	104

Algorithmenverzeichnis

8.1	Einfache Lokale Suche	46
8.2	Standard Simulated Annealing	51
8.3	Implementierter Simulated Annealing	58
9.1	Berechnung dualer Schranken	63
10.1	Berechnung des globalen Optimums mittels Branch-and-Bound	69

Abkürzungsverzeichnis

NP	Nichtdeterministisch Polynomielle Zeit
B	Bürogebäude
B&B	Branch-and-Bound
D	Dezentrale Warmwasseraufbereitung
DEA	Druckerhöhungsanlage
e.p.	Essentially Parallel (Im Wesentlichen parallel)
e.s.	Essentially Series (Im Wesentlichen seriell)
G10/700	Hochhaus mit 10 Stockwerken und 700 qm je Stockwerk
G15/350	Hochhaus mit 15 Stockwerken und 350 qm je Stockwerk
i. e. S.	Im engeren Sinne
i. w. S.	Im weiteren Sinne
IP	Integer Program (Ganzzahliges Programm)
K	Krankenhaus
LB	Lower Bound (Untere Schranke)
LP	Linear Program (Lineares Programm)
MDM	Mit Druckminderer
MILP	Mixed Integer Linear Program (Gemischt-Ganzzahliges Lineares Programm)
MINLP	Mixed Integer Non-Linear Program (Gemischt-Ganzzahliges Nicht-Lineares Programm)
MIP	Mixed Integer Program (Gemischt-Ganzzahliges Programm)
OR	Operations Research
P1	Pumpenpool 1
P2	Pumpenpool 2
s.-p.	Serien-parallel
SA	Simulated Annealing
TOR	Technical Operations Research
UB	Upper Bound (Obere Schranke)
W	Wohngebäude
WE	Wohneinheiten
WVU	Wasserversorgungsunternehmen
Z	Zentrale Warmwasseraufbereitung

1 Einleitung

Einzelne Komponenten für technische Systeme sind meist sehr ausgereift. Allerdings hängt in der klassischen Planungspraxis die Güte des Systementwurfs oftmals in hohem Maße vom Geschick des Anlagenplaners ab. So ist es möglich, aus hocheffizienten Einzelkomponenten unwirtschaftliche Systeme zu erzeugen. [47] Gerade unerfahrene Ingenieure stellt dies vor eine Herkulesaufgabe, zumal kein absoluter Maßstab für den Systementwurf existiert, an dem es sich zu messen gilt. An dieser Stelle setzt der Ansatz des Technical Operations Research (TOR) an. Durch die TOR-Methodik soll der Planer mittels mathematischer Optimierung bei der Generierung von optimalen Systemen unterstützt und der Planungsprozess rationalisiert werden. Aufgrund des neuartigen Charakters dieser Methodik kann es jedoch zu Spannungen kommen. Seitens der Ingenieure muss zur erfolgreichen Anwendung daher ein Umdenken erfolgen. Unterschiedliche Hintergründe und Vorgehensweisen innerhalb der Disziplinen des Ingenieurwesens und der mathematischen Optimierung erschweren jedoch die Akzeptanz und verschleiern den Nutzen.

Indem gezielt Ansatzpunkte aus der Schnittmenge beider Disziplinen betrachtet werden, soll diese Arbeit ihren Beitrag dazu leisten, den Einstieg in die Thematik für Ingenieure zu erleichtern und den möglicherweise auftretenden Problemen entgegenzuwirken. Hierzu wurde als thematischer Überbau das im Ingenieurwesen bekannte Problem der Auslegung eines Fluidsystems, einer Druckerhöhungsanlage, als Beispiel für den Einsatz der TOR-Methodik gewählt.

Die zugrunde liegende Problemstellung und die Ziele der Arbeit werden in Kapitel 2 vorgestellt. Dabei wird sowohl auf die Problematik des klassischen ingenieurwissenschaftlichen Systementwurfs als auch im Speziellen auf die Anforderungen an die Auslegung von Druckerhöhungsanlagen eingegangen.

In Kapitel 3 wird zunächst der Hintergrund der Arbeit, das Technical Operations Research, beleuchtet und dessen Entstehung sowie die Anwendung erläutert.

Kapitel 4 gibt einen Überblick über den Einsatz von Druckerhöhungsanlagen. Dabei wird vor allem auf die verschiedenen technischen Konzepte hinsichtlich Auslegung und Betrieb eingegangen.

Neben den verschiedenen Anschluss- und Betriebskonzepten bedarf es bei der Auslegung von Druckerhöhungsanlagen der Kenntnis der in Fluidsystemen geltenden physikalischen Gesetze. Die für diese Arbeit notwendigen Grundlagen werden daher in Kapitel 5 vorgestellt.

Druckerhöhungsanlagen können als Graph modelliert werden. In Kapitel 6 werden zunächst allgemein die wichtigsten graphentheoretischen Grundlagen betrachtet, bevor

auf die speziellen Eigenschaften von Fluss-Netzwerken eingegangen wird. Zusätzlich wird die Netzwerkkategorie der serien-parallelen Netzwerke vorgestellt, deren Einsatz sich besonders im Zusammenhang mit Druckerhöhungsanlagen anbietet. Zusammenfassend wird gezeigt, wie die beschriebenen theoretischen Grundlagen auf die Modellierung einer Druckerhöhungsanlage angewendet werden können.

In Kapitel 7 wird beschrieben, wie das vorliegende Auslegungsproblem als gemischt-ganzzahliges Programm modelliert und gelöst werden kann. Zuvor wird dazu ein Überblick über die theoretischen Grundlagen von gemischt-ganzzahligen Programmen gegeben.

Da die aufgestellten gemischt-ganzzahligen Programme bei zunehmender Größe mit Standardlösungsverfahren nicht mehr in akzeptabler Zeit lösbar sind, wird das Problem in zwei Teilprobleme, das Topologiefindungs- und das Aussteuerungsproblem, unterteilt. Die Lösung des Topologiefindungsproblems erfolgt in dieser Arbeit durch eine Metaheuristik, den Simulated Annealing Algorithmus, welcher sich einer Analogie des im Ingenieurumfeld bekannten physikalischen Abkühlungsprozesses eines Festkörpers bedient. Zur Einordnung des Verfahrens in den theoretischen Kontext wird in Kapitel 8 zunächst die Klasse der Metaheuristiken sowie die Unterklasse der Lokalen Suchen vorgestellt, bevor der Standard Simulated Annealing Algorithmus erläutert wird. Abschließend wird gezeigt wie dieser auf das Topologiefindungsproblem angewendet werden kann.

Zur Abschätzung der Güte der mittels Simulated Annealing gefundenen Lösungen können duale Schranken ermittelt werden. Dies erfolgt durch die Lockerung der an das System gestellten Anforderungen. Die dualen Schranken bilden einen absoluten Bewertungsmaßstab und können als Bewertungsgrundlage der entwickelten Systeme dienen. Die sich hieraus ergebende Theorie sowie ein Verfahren, das für das Auslegungsproblem geeignete duale Schranken berechnet, indem das Hauptproblem in kleinere Teilprobleme untergliedert wird, werden in Kapitel 9 vorgestellt.

Als konkurrierender Ansatz zu Metaheuristiken gelten die exakten Verfahren, mit denen beweisbar optimale Lösungen für ein Problem ermittelt werden können. Ein solches Verfahren wird in Kapitel 10 vorgestellt. Hierzu wird das für die Berechnung von dualen Schranken angewandte Verfahren mit dem Branch-and-Bound Verfahren kombiniert, um so schrittweise die gelockerten Anforderungen wieder zu verschärfen.

Die Aufstellung von realitätsnahen Testinstanzen zur Demonstration der praktischen Umsetzbarkeit der TOR-Methodik erfolgt daraufhin in Kapitel 11. Es werden zunächst die zugrundeliegenden Annahmen erläutert und ausgehend davon aus zwei Hauptinstanzen durch die Verfeinerung der relevanten Eigenschaften weitere Subinstanzen gebildet.

In Kapitel 12 wird die Ermittlung der relevanten Daten für die Optimierung beispielhaft an einer der Testinstanzen aufgezeigt. Zudem werden die Zusammenhänge der ermittelten Daten verdeutlicht.

Die Ergebnisse dieser Arbeit und die daraus gewonnenen Erkenntnisse bezüglich Lösungsgüte, Topologie, Laufzeit sowie Lösungsverlauf werden in Kapitel 13 vorgestellt.

Zuletzt fasst Kapitel 14 die erlangten Erkenntnisse zusammen und zeigt mögliche Erweiterungen sowie Verbesserungen auf.

2 Hintergrund und Problemstellung

Spricht man im Ingenieurwesen von der Optimierung eines Systems, so bedeutet dies meist, dass innerhalb des Systems solange Parameter verändert werden, bis eine bereits gute Lösung besser wird. Das so erzeugte, verbesserte System wird oftmals als optimal bezeichnet. Jedoch ist dieses System in der Regel noch weit von einem optimalen System, im Sinne des mathematischen Optimalitätskriteriums, entfernt. Dies resultiert daraus, dass ein Ingenieur meist nur an verschiedenen Stellschrauben innerhalb des Systementwurfs dreht, anstatt das System als solches in Frage zu stellen. Die Auswahl der Komponenten des Systems und deren Kombination wird dabei selten in Frage gestellt. Dies liegt zumeist außerhalb des betrachteten Fokus. So werden einzelne Komponenten eines Systems zwar immer besser, jedoch wird deren Zusammenspiel in einem technischen System vergleichsweise wenig Aufmerksamkeit zuteil.

In anderen Industriebereichen, wie der Produktion, haben die Methoden der mathematischen Optimierung, im Rahmen des Operations Research, bereits erfolgreich Einzug gehalten. Obwohl es für die Methoden der mathematischen Optimierung durchaus auch im Ingenieurwesen eine Vielzahl von Anwendungsmöglichkeiten gibt, die den Ingenieur bei seiner Arbeit unterstützen könnten, sind diese jedoch kaum verbreitet. Dies liegt nicht zuletzt daran, dass zwischen Mathematikern und Ingenieuren oftmals Verständigungsprobleme auftreten. Die eingangs beschriebene, unterschiedliche Prägung des Begriffs „Optimum“ in den jeweiligen Disziplinen ist ein gutes Beispiel dafür. Wenn nun ein Mathematiker mit einem Ingenieur über ein optimales System spricht, so kann dies beidseitig zu Missverständnissen führen. Zudem fehlt beim typischen ingenieurwissenschaftlichen Vorgehen oftmals ein absoluter Maßstab für die Qualität der entwickelten Systeme. Meist sind nur relative Maßstäbe, wie der Vergleich mit Referenzsystemen, vorhanden. Mit diesen kann jedoch keine Aussage darüber getroffen werden wie viel Potential zur Verbesserung eines Systems überhaupt noch vorhanden ist und ob es sich lohnt dieses zu erschließen.

Übergeordnetes Ziel dieser Arbeit ist es daher einen Beitrag zu leisten, die beiden Welten der mathematischen Optimierung und des Ingenieurwesens miteinander zu verknüpfen. Dazu werden Verfahren verwendet, die an das typische Vorgehen eines Ingenieurs angelehnt und um Aspekte der mathematischen Optimierung erweitert sind. Diese Erweiterung soll dem Ingenieur als Entscheidungshilfe dienen und somit dessen Arbeit erleichtern. Als Beispiel wird dabei ein typisches Planungsproblem aus dem ingenieurwissenschaftlichen Alltag, die Auslegung und Aussteuerung einer Druckerhöhungsanlage, herangezogen.

Ein Hochhaus soll mit Trinkwasser versorgt werden. Wegen des begrenzten Vordrucks aus dem Versorgungsnetz steht das Trinkwasser den oberen Stockwerken entweder nicht

mit ausreichendem Druck oder gar nicht zur Verfügung. Der Druck der Anschlussleitung muss daher nachträglich erhöht werden, um die Trinkwasserversorgung jedes Stockwerks mit ausreichendem Druck zu gewährleisten. Dabei treten zu unterschiedlichen Zeiten unterschiedliche Anforderungen bezüglich des zu fördernden Volumenstroms und des dazu benötigten Drucks auf. Zu diesem Zweck soll dem Versorgungsnetz eine Druckerhöhungsanlage (DEA) nachgeschaltet werden. Bei den angesprochenen DEA handelt es sich um Pumpensysteme zur Druckerhöhung in Trinkwassersystemen. Bei diesem System werden mehrere Einzelpumpen zu einem Gesamtsystem verschaltet, um so, durch Zu- und Abschalten von einzelnen Komponenten, auch einem schwankenden Bedarf gerecht zu werden. Anstatt jedoch eines der von den Pumpenherstellern angebotenen Standardsysteme zu kaufen, soll das System selbst aus Einzelpumpen zusammengestellt und so miteinander verschaltet werden, dass es auf den individuellen Anwendungsfall zugeschnitten ist. Die Einzelpumpen sollen dabei aus einem vom Anlagenplaner zusammengestellten Pumpenpool ausgewählt werden können. An die auszulegende DEA wird die Anforderung gestellt, dass die entstehenden Kosten, als Summe aus Investition und Energiekosten, möglichst gering sind. Die DEA soll daher bezüglich ihrer Gesamtkosten entweder nachweisbar optimal sein oder zumindest abschätzbar nahe an dieses Optimum herankommen. Optimal bedeutet in diesem Zusammenhang, dass unter den gegebenen Rahmenbedingungen (Lastprofil, Vordruck, Druckverluste, ...) kein System aus den zur Verfügung stehenden Pumpen existiert, welches geringere Kosten verursacht und zudem eine ausreichende Trinkwasserversorgung zu jeder Zeit sichergestellt.

Bei der Auslegung einer solchen kostenminimalen DEA müssen zwei Ebenen betrachtet werden. Zum einen muss die Topologie des Systems, die im System verbauten Pumpen und deren Verschaltung, bestimmt werden. Zudem muss die optimale Aussteuerung des Systems in den verschiedenen Lastfällen ermittelt werden. Diese wird direkt von der Topologie des Systems beeinflusst. Die Anschaffungskosten des Systems ergeben sich direkt aus der gewählten Topologie. Während die Energiekosten des Betriebs sich wiederum aus der Aussteuerung des Systems in den einzelnen Lastfällen ergeben.

Zur Erprobung der Verfahren wurden Testinstanzen aufgestellt. Diese sind so konzipiert, dass sie realen Anwendungsfällen möglichst nahekommen und somit die Praxistauglichkeit der angewandten Verfahren sicherstellen sollen. In diesem Zusammenhang stellte sich heraus, dass der Einsatz von Standardsoftware lediglich für kleinere Instanzen geeignet ist. Bei der Berechnung von realitätsnahen Szenarien führt deren Anwendung zu sehr hohen Laufzeiten oder ist aufgrund der hohen Laufzeiten nicht möglich. Aus diesem Grund sollen in dieser Arbeit Verfahren entwickelt werden, die die speziellen Eigenschaften des Problems ausnutzen und so in angemessener Laufzeit zu guten Lösungen führen. Hierzu soll zum einen der Simulated Annealing Algorithmus (SA), ein Verfahren aus der Klasse der Metaheuristiken, genutzt werden. Dieses

Verfahren hat, wie die meisten Metaheuristiken, jedoch den Nachteil, dass sie zwar in der Regel nach kurzer Zeit Lösungen finden, aber die Qualität dieser Lösungen nicht bekannt ist oder falls keine Lösung gefunden wurde, nicht klar ist, ob überhaupt eine gültige Lösung existiert. Als Ergänzung zum SA soll daher ein Verfahren entwickelt werden, mit dem es möglich ist, die gefundenen Lösungen hinsichtlich ihrer Qualität zu bewerten. Dies erfolgt durch die Vereinfachung des Ausgangsproblems, um so die bestmögliche Lösung abschätzen zu können. Die Abschätzung soll dabei immer besser oder im Grenzfall gleich der optimalen Lösung sein. So kann ein absoluter Maßstab zur Bewertung der gefundenen Systeme angesetzt werden. Dieser absolute Maßstab kann die Entscheidungsfindung eines Ingenieurs vereinfachen und ihn unterstützen noch rationalere Entscheidungen zu treffen. Zusätzlich soll ein exaktes Verfahren entwickelt werden, dessen Ergebnis entweder ein beweisbar optimales System liefert oder beweist, dass ein solches System nicht existiert.

Insgesamt soll somit aufgezeigt werden, dass sich die Methoden und Verfahren der mathematischen Optimierung sinnvoll bei typischen Problemstellungen des Ingenieurwesens anwenden lassen. Hierdurch soll die Arbeit eines Ingenieurs erleichtert werden.

3 Technical Operations Research

Technical Operations Research (TOR) ist als neue Forschungsrichtung am Institut für Fluidsystemtechnik an der Technischen Universität Darmstadt entstanden. Ausgangspunkt des Technical Operations Research ist das Operations Research (OR). Der Begriff des Operations Research ist als „Anwendung quantitativer Methoden zur Vorbereitung optimaler Entscheidungen“ weit gefasst. Demnach werden mit Hilfe von mathematischen Methoden und Abstraktion reale Vorgänge der betrieblichen und wirtschaftlichen Praxis modelliert und untersucht. Das Ziel liegt in der Generierung von optimalen Lösungen für ein betrachtetes Problem. Somit dient das Operations Research als eine besonders rationale Planungs- und Entscheidungstechnik. Ins Deutsche übersetzt bedeutet Operations Research „Optimalplanung“. Obwohl diese Übersetzung selten genutzt wird, spiegelt sie im Kern den Zweck und das Ziel des Operations Research gut wieder. Die Anwendung erstreckt sich zum momentanen Zeitpunkt hauptsächlich auf den betrieblich-ökonomischen Bereich. Typische Einsatzgebiete sind Absatz-, Produktions-, Beschaffungs-, Kostenrechnungs- und Investitionsprobleme. In diesen Bereichen soll zur Vermeidung von unwirtschaftlichen Fehlentscheidungen in stärkerem Maße auf wissenschaftlich fundierte Planungsmethoden und Entscheidungstechniken zurückgegriffen werden. Dies hilft dem Entscheider bei der Auswahl der optimalen Lösung zur Erreichung des angestrebten Ziels. So entsteht laut W. ZIMMERMANN die Möglichkeit „die Daumenregeln der Praktiker durch wissenschaftliche Analysen und Kalküle zu ersetzen“. [68, 69]

Trotz des vielfältigen und vielversprechenden Einsatzes im betrieblich-ökonomischen Bereich, ist die Anwendung dieser in ihrem Kern universellen Methodik im technischen Bereich bisher kaum verbreitet. Jedoch bietet gerade dieser eine Vielzahl von Ansatzpunkten komplexe Entscheidungsprozesse rational durch die Nutzung von mathematischen Methoden zu unterstützen und so optimale Systeme zu generieren. Durch die sich hieraus ergebenden Möglichkeiten, aus der einfacheren Handhabung von komplexeren Zusammenhängen, kann ein Umdenken weg von einer Modulbetrachtung bereits sehr ausgereifter Produkte hin zu einer effektiveren globalen Betrachtung des ganzen Systems erfolgen. Die Bedeutsamkeit dieses Schrittes zeigt sich nicht zuletzt darin, dass es bei der derzeit vornehmlich praktizierten Vorgehensweise möglich ist aus hoch funktionalen und effektiven Einzelmodulen schlechte Systeme zu generieren. Dies ist in der Praxis nicht selten der Fall. Der Grund hierfür resultierte bisher daraus, dass es bereits bei kleineren Systemen zu einer großen Anzahl von möglichen Systemkonfigurationen kommen kann. Deshalb wird eine systematische Entscheidungshilfe nötig, um rational entscheiden zu können. [47] Die Auswirkungen von Fehlentscheidungen im technischen Bereich gehen zudem oftmals über rein monetäre Gesichtspunkte hinaus. Durch die Orientierung an einer optimalen Systemlösung können Sicherheitsrisiken eingedämmt oder Systeme hinsichtlich der Umweltverträglichkeit optimiert werden. Eine durch die aktu-

elle Diskussion immer weiter in den Vordergrund rückende Thematik ist aufgrund von verknäpften und begrenzten Ressourcen vor allem der Energieverbrauch von Systemen. Bisher war dieser Faktor in hohem Maße vom Geschick des Entscheiders abhängig. Zur Verdeutlichung der Problematik kann das Beispiel des unerfahrenen Anlagenplaners herangezogen werden. Während der erfahrene Planer durch seine langjährige Tätigkeit und einem vorhandenen Blick für kritische Stellen in der Lage ist, die genannten Anforderungen an Funktionalität und Effizienz zu erfüllen, ist es für den unerfahrenen Planer eine Herkulesaufgabe alle Anforderungen in einem System zu vereinen und den Überblick bei der großen Anzahl von Entscheidungsmöglichkeiten zu behalten. Darüber hinaus unterscheiden sich selbst die Systeme erfahrener Planer oftmals in ihren Eigenschaften, auch wenn sie den gleichen Anforderungen gegenüberstehen. Der Grund dafür sind die vielen Freiheitsgrade, welche sich beim Entwurf ganzer Systeme ergeben. Dies verdeutlicht die Notwendigkeit auch im technischen Bereich Entscheidungshilfen zu liefern, um Systeme noch effizienter gestalten zu können. Es zeigt sich, dass es neben den vorhandenen Anwendungsmöglichkeiten der Methodik des Operations Research im technischen Bereich auch sinnvoll ist diese anzuwenden, um den Schritt von bisher sehr guten, meist isoliert betrachteten Produkten hin zu einem optimalen System zu ermöglichen. So ist es möglich, den State of the Art von technischen Systemen sowohl hinsichtlich Funktionalität, als auch Effektivität weiter anzuheben und ganze Systeme optimal zu gestalten. [19, 47]

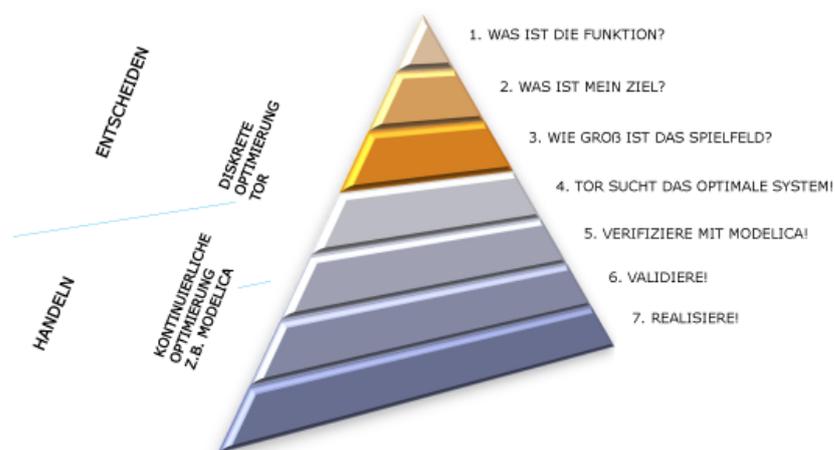


Abbildung 3.1: TOR-Pyramide

Der TOR-Prozess gliedert sich in sieben auf die Optimierung von Systemen zugeschnittene Schritte (siehe Abbildung 3.1). Diese bestehen aus drei anfänglichen Fragen, der Entscheidungsphase, zur Charakterisierung des Systems und seiner Restriktionen sowie vier Antworten bzw. Handlungsschritten, der Handlungsphase, um zum optimalen System zu gelangen. Dabei wird der Detailgrad von Stufe zu Stufe, also von der Spitze der Pyramide bis hin zu ihrem Fundament, immer weiter verfeinert. Die Schritte 1, 6 und 7 beschreiben den klassischen Planungsprozess eines Ingenieurs oder Anlagenplaners

und werden um weitere für den Systementwurf relevante Fragen und Schritte ergänzt, um den Planungsprozess weiter zu rationalisieren und die Generierung von optimalen Lösungen zu katalysieren.

Zunächst ist die Frage nach der Funktion des Systems zu klären. Für die Funktion sind hierbei alle relevanten Bestandteile des Systems, welche an der Erfüllung des Verwendungszwecks beteiligt sind sowie die Lasthistorie von Bedeutung. Typische Funktionen sind im bisherigen Anwendungsfeld von TOR beispielsweise das Fördern von Materie, Heizen oder Kühlen. Anschließend erfolgt die Konkretisierung des beabsichtigten Primärziels. Dieser Schritt ist von großer Bedeutung, da das Ziel die letztendliche Lösung des Problems massiv beeinflusst. Das Ziel kann je nach betrachteter Interessensgruppe variieren. Beispielsweise kann das Ziel eines Kapitalgebers ein möglichst geringer monetärer Aufwand sein. Der Betreiber könnte hingegen eine hohe Verfügbarkeit oder eine staatliche Institution einen geringen Energieverbrauch bzw. Schadstoffausstoß als Primärziel ansehen. Da diese Ziele konfliktionär sein können, kann je nach Ziel ein völlig anderes, in seinem Bereich aber optimales, System entstehen. Daher ist die Zieldefinition auch als subjektiver Einfluss auf das Optimalsystem zu sehen und muss somit im Einverständnis aller relevanten Interessensgruppen formuliert werden. Dieser Schritt wird in der Praxis oftmals vernachlässigt. Die dritte und letzte Frage soll die Größe des Spielfeldes festlegen. Also der Rahmen in dem ein System optimiert werden soll. Dazu ist im Falle einer technischen Anlage eine Vorauswahl der Komponenten vorzunehmen. Innerhalb des so abgesteckten Spielfeldes übernimmt TOR die Aufgabe Komponenten aus einem Pool auszuwählen und diese für das Gesamtsystem optimal auszunutzen. Die Abgrenzung des Spielfeldes stellt dabei eine wichtige Restriktion der erreichbaren Lösung dar. Lösungen außerhalb des Spielfeldes können nicht realisiert werden, obwohl sie eventuell vorteilhaft gewesen wären und solche die sich fälschlicherweise innerhalb des Spielfeld generieren lassen werden mitberücksichtigt. Dies unterstreicht die Funktion von TOR, welches als Entscheidungshilfe zu sehen ist und den Entscheider nicht ersetzen soll. Mit der Beantwortung der drei Fragen sind alle zu berücksichtigenden Entscheidungen seitens des Anwenders getroffen, die das optimale System beeinflussen. Somit ist die Formulierung der Anforderungen an das System erfolgt.

Nun, da die Anforderungen an das System gestellt sind, gilt es das optimale System zu finden. Der erste Handlungsschritt besteht in der Suche des optimalen Systems. Dies beginnt mit der Aufstellung eines vollständigen Graphen, dessen Knoten und Kanten alle Kombinationsmöglichkeiten der Komponenten und die auftretenden Lastfälle zugeordnet sind. Aus diesem Graphen wählt TOR einen auf das Ziel abgestimmten Teilgraphen aus. Beispielsweise den Graphen mit den niedrigsten Anschaffungskosten für Komponenten. Dies geschieht durch die Aufstellung von mathematischen Modellen, oftmals als gemischt-ganzzahliges lineares Programm sowie deren algorithmische Lösung. Dabei beschränkt sich die Betrachtung nicht nur auf die Komponenten selbst,

sondern je nach Spielfeld auch auf deren Design. Somit kann ein, hinsichtlich Topologie und Steuerungsparametern, optimales System gefunden werden, welches anschließend in ein physikalisches Modell überführt wird. Bei dieser Herangehensweise kann nicht immer in angemessener Zeit ein globales Optimum gefunden werden. Generell kommt es jedoch nicht zwingend darauf an das optimale System, sondern ein möglichst gutes System zu generieren und dessen Güte abschätzen zu können. So sind in der Praxis Systeme, die nachweislich zu dem besten Prozent der möglichen Lösungen zählen, mehr als ausreichend optimal. Zusätzlich verhalten sich technische Systeme im Allgemeinen selten linear, daher bedient sich TOR verschiedener Linearisierungstechniken, was je nach Detaillierungsgrad der Linearisierung zu minimalen Ungenauigkeiten führen kann. Im Anschluss an die Suche nach dem optimalen System wird dieses mittels Simulation evaluiert. Die letzten beiden Handlungsschritte bestehen in der Validierung des Systems auf dem Prüfstand und der sich anschließenden Umsetzung. [22, 47, 66]

4 Druckerhöhungsanlagen

In diesem Kapitel soll erläutert werden, wozu Druckerhöhungsanlagen (DEA) benötigt werden und welche verschiedenen Ausführungsarten existieren. In dieser Arbeit werden dabei nur DEA zur Druckerhöhung von Trinkwasser für nicht ausreichend durch das öffentliche Wasserversorgungsnetz versorgte Gebäude betrachtet. DEA für andere Anwendungsfälle sind ausgeklammert.

4.1 Verwendung

DEA werden an die öffentliche Trinkwasserleitung von Wasserversorgungsunternehmen (WVU) angeschlossen. Sie dienen dem Zweck Gebäude mit Wasser zu versorgen, wenn der vom WVU bereitgestellte Versorgungsdruck nicht ausreichend ist, um alle Verbraucher zu versorgen. Typische Anwendungsfälle sind gemäß DIN 1988 -1 Hochhäuser, Gebäude oder Stockwerke, die nicht ständig mit dem nötigen Druck versorgt werden können, Anlagen, die aus hygienischen Gründen nicht direkt mit der Trinkwasserleitung verbunden werden dürfen sowie Anlagen zur Feuerlöschung und Brandschutz. DEA müssen gemäß DIN 1988-5 und DIN 2000 so konzipiert und betrieben werden, dass die Wasserversorgung zu jedem Zeitpunkt gewährleistet ist. Zusätzlich dürfen weder die Wasserversorgung noch andere Verbraucher durch den Betrieb gestört werden. Aus diesem Grund müssen DEA vor der Aufstellung vom zuständigen WVU genehmigt werden. Mit dem WVU sind dabei die Ausführung der DEA, unter anderem die Anschlussart und die jeweiligen Charakteristika der Hausanschlussleitung, wie Mindest-, Maximaldruck und maximale Druckschwankungen, zu klären. [36]

4.2 Anlagenarten

Generell sind DEA aus mehreren gleichen oder verschiedenen Einzelpumpen (meist Kreiselpumpen) und gegebenenfalls Druckbehältern zusammengesetzt. Anhand der verwendeten Pumpen ergeben sich drei Anlagenarten von DEA, welche sich durch ihre Regelung unterscheiden. Diese sind die DEA mit Kaskadenregelung, mit stufenloser Drehzahlregelung einer Pumpe sowie mit stufenloser Drehzahlregelung aller Pumpen.

4.2.1 Druckerhöhungsanlagen mit Kaskadenregelung

Bei der Kaskadenregelung werden die einzelnen Pumpen druckabhängig ein- oder abgeschaltet. Jede eingeschaltete Pumpe läuft bei voller Drehzahl. Bei sich änderndem Druck oder Förderstrom werden die Pumpen automatisch so vertauscht, dass der Betrieb dem auftretenden Lastfall möglichst gerecht wird. Da Pumpen jedoch nur mit voller Drehzahl oder gar nicht zugeschaltet werden können ergeben sich diskrete Druckniveaus. Somit schwankt der Ausgangsdruck einer kaskadengeregelten DEA. Zudem kommt es unterhalb einer Mindestabnahmemenge zu einem un stetigen Taktbetrieb,

also einer hohen Schalthäufigkeit. Dieser Bereich eines un stetigen Taktbetriebs vergrößert sich, insofern ein unmittelbarer Anschluss besteht, mit ansteigendem Vordruck der Anschlussleitung (siehe Kapitel 4.3). Der Bereich mit un stetigem Taktbetrieb ist bei Pumpen mit geringer Stufenzahl, also flachen Pumpenkennlinien, besonders ausgeprägt. Insgesamt kann bei unmittelbarem Anschluss der DEA nur ein kleiner Teil des Vordrucks genutzt werden. Es ist daher häufig nötig Druckminderer vorzuschalten. Auch ergibt sich bei direktem Anschluss eine vergleichsweise hohe hydraulische Rückwirkung auf das Versorgungsnetz. Um dies zu umgehen, kann auf einen mittelbareren Anschluss der DEA mit Vorbehälter zurückgegriffen werden. Insgesamt ist die Kaskadenregelung in ihrer Grundform ein kostengünstiges Konzept. Allerdings steigen die Kosten durch die Reduzierung ihrer nachteiligen Wirkungen erheblich, da Zusatzkomponenten, wie Druckminderer oder Vorbehälter, vorzusehen sind. [34]

4.2.2 Druckerhöhungsanlagen mit stufenloser Drehzahlregelung einer Pumpe

Bei diesem Konzept wird die Drehzahl der Grundlastpumpe mittels Frequenzumrichter stufenlos geregelt. Die Spitzenlastpumpen werden druckabhängig zugeschaltet und laufen mit voller Drehzahl. Somit lässt sich ein weitgehend konstanter Ausgangsdruck realisieren und auftretende Vordruckschwankungen können ausgeglichen werden. Daher sind im normalen Betrieb keine zulaufseitigen Druckminderer erforderlich. Der Vordruck kann vollständig ausgenutzt werden. Der Bedarf an elektrischer Antriebsenergie wird somit reduziert. Allerdings schaltet das System beim Ausfall der Grundlastpumpe auf Kaskadenregelung um. Um mögliche Überdrücke zu vermeiden, muss ein zentraler Druckminderer hinter der DEA als Überdruckbegrenzer eingesetzt werden. Im Gegensatz zur Kaskadenregelung ist die Rückwirkung auf das Versorgungsnetz jedoch gering. [34]

4.2.3 Druckerhöhungsanlagen mit stufenloser Drehzahlregelung aller Pumpen

Entsprechend der Grundlastpumpe aus dem vorherigen Abschnitt sind in diesem Konzept alle Pumpen stufenlos regelbar. Die Anzahl sowie Drehzahl der laufenden Pumpen richtet sich nach dem benötigten Förderstrom. Durch die Drehzahlregelung aller Pumpen ergibt sich ein sehr konstanter Ausgangsdruck. Es können sehr hohe Vordruckschwankungen ausgeglichen werden. Selbst bei Störung oder Ausfall einer Pumpe kommt es zu keinem Druckanstieg, da jede Pumpe stetig regelbar ist. Somit sind zulaufseitig keine zusätzlichen Schutzmaßnahmen erforderlich. Das Konzept bietet die geringste Rückwirkung auf das speisende Wasserversorgungsnetz. [34]

4.3 Anschlussarten

Grundsätzlich sind zwei verschiedene Anschlussarten möglich. Die DEA kann unmittelbar oder mittelbar über die Anschlussleitung an das Versorgungsnetz angeschlossen

werden. Beide Anschlüsse sind schematisch in den Abbildungen 4.1 und 4.2 dargestellt. Je nach Anschlussart und Leistung werden von den WVU verschiedene Anschlussysteme gefordert. Diese sind die in Tabelle 4.1 gemäß DIN 1988-5 dargestellten Kombinationen aus der jeweiligen Anschlussart mit oder ohne vordruckseitigen bzw. enddruckseitigen Druckbehälter. [36, 50]

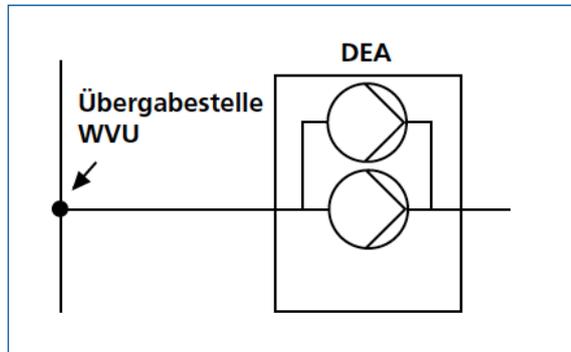


Abbildung 4.1: DEA - Unmittelbarer Anschluss [34]

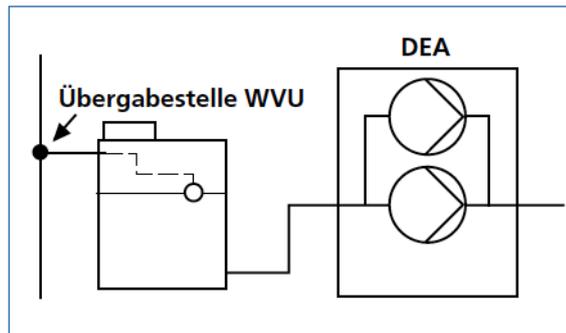


Abbildung 4.2: DEA - Mittelbarer Anschluss [34]

Anschluss	Druckbehälter Enddruckseite	Druckbehälter Vordruckseite
unmittelbar	ohne	ohne
		mit
	mit	ohne
		mit
mittelbar	ohne	
	mit	

Tabelle 4.1: Mögliche Systemkonfigurationen DEA

4.3.1 Unmittelbarer Anschluss

Beim unmittelbaren Anschluss ist die DEA direkt mit der Anschlussleitung verbunden. Dieser Anschluss ist dem mittelbaren vorzuziehen. Die Vorteile liegen in einer höheren Wirtschaftlichkeit durch Nutzung des Vordrucks der Anschlussleitung und

einer besseren Hygiene. Der Wirtschaftlichkeitsvorteil ergibt sich aus der geringeren Baugröße, dem Wegfall eines offenen Behälters sowie niedrigeren Energiekosten. Die Hygiene des Trinkwassers wird zudem nicht durch den Kontakt mit der Atmosphäre verschlechtert. [36, 50]

1. Ohne Druckbehälter auf der Enddruckseite der Pumpen

Ein Anschluss ohne Druckbehälter auf der Enddruckseite der Pumpen darf nur erfolgen, wenn die Pumpen druck- oder durchflussabhängig gesteuert werden können, sodass keine Druckstöße entstehen. Dabei kann die DEA mit oder ohne Druckbehälter auf der Vordruckseite der Pumpen genutzt werden. [36, 50]

a) Ohne Druckbehälter auf der Vordruckseite der Pumpen

Diese Anlage ist nur dann zulässig, wenn keine Druckstöße entstehen oder der geforderte Versorgungsdruck zu jeder Zeit erreicht wird. Druckstöße sind maßgeblich von dem maximalen Unterschied der Fließgeschwindigkeit beim Zu- oder Abschalten von Pumpen abhängig. Der maximale Unterschied der Fließgeschwindigkeit sollte nicht mehr als $0,15 \text{ m/s}$ betragen. Eine typische Verwendung dieser Konfiguration sind Anlagen mit Drehzahlregelung aller Pumpen. [36, 50]

b) Mit Druckbehälter auf der Vordruckseite der Pumpen

Falls eine der Voraussetzungen aus der vorherigen Anschlussart nicht erfüllt ist, sind Druckbehälter auf der Vordruckseite der Pumpen vorzusehen. Eine Anlagenart für die dies im Regelfall notwendig ist, sind kaskadengeregelte DEA. [36, 50]

2. Mit Druckbehälter auf der Enddruckseite der Pumpen

Diese Anlagen können wiederum mit und ohne Druckbehälter auf der Vordruckseite der Pumpen betrieben werden. Der Druckbehälter dient dem Schutz vor Überdruck bei einem plötzlichen Druckanstieg, wie dem Ausfall einer Pumpe, wenn keine stufenlose Drehzahlregelung aller Pumpen gegeben ist. [36, 50]

a) Ohne Druckbehälter auf der Vordruckseite der Pumpen

Diese Anschlussart ist nur unter den Voraussetzungen aus 1 a) zulässig. Ein Anwendungsfall sind Anlagen mit stufenloser Drehzahlregelung einer Pumpe. [36, 50]

b) Mit Druckbehälter auf der Vordruckseite der Pumpen

Wenn die Bedingungen aus 1 a) nicht erfüllt sind, muss auf diese Anschlussart zurückgegriffen werden. [36, 50]

4.3.2 Mittelbarer Anschluss

Beim mittelbaren Anschluss wird die DEA indirekt mit der Anschlussleitung über einen offenen Vorbehälter verbunden. Offen bedeutet in diesem Fall, dass sich der Behälter mit der Atmosphäre im Austausch befindet. Der Behälter wird wasserstandabhängig über eine oder mehrere gesteuerte Armaturen befüllt. Durch die hygienischen Nachteile des Austauschs mit der Atmosphäre wird diese Anschlussart nur genutzt, wenn durch die Entnahme der Mindestfließdruck einer benachbarten Anlage unterschritten wird, Leitungen der öffentlichen Wasserversorgung und der eigenen Wasserversorgungsanlage zusammengeführt werden oder Kontakte des Trinkwassers mit anderen Stoffen auftreten können. Dieser Anschluss kann unter den gleichen Gesichtspunkten wie beim unmittelbaren Anschluss mit oder ohne Druckbehälter auf der Enddruckseite der Pumpen betrieben werden. [36, 50]

4.4 Druckzonen

Bei der Einteilung von Druckzonen ist festzulegen, ob das gesamte Gebäude oder nur einzelne Stockwerke mit einer DEA versorgt werden müssen, an denen nicht dauerhaft der erforderliche Mindestversorgungsdruck vorliegt. Im Grenzfall ist eine differenzierte Berechnung gemäß DIN 1988-3 und DIN 1988-5 durchzuführen. Bei sehr hohen Gebäuden werden in der Regel mehrere Druckzonen aus jeweils 8 bis 10 Stockwerken gebildet. Übersteigt der Stockwerkdruck einen Ruhedruck von 5 bar, so sind zentrale oder dezentrale Druckminderer vorzusehen, um den Druck zu begrenzen. Generell soll laut DIN 1988-5 die Anzahl der Druckminderer so gering wie möglich gehalten werden. Es ist daher und bereits aus energetischen Gründen zu empfehlen alle Stockwerke, welche mit dem Versorgungsdruck aus der Hausanschlussleitung versorgt werden können, nicht an die DEA anzuschließen, sondern eine sogenannte Normalzone einzurichten. Eine oder mehrere DEA versorgen so die in Druckzonen 1 bis N zusammengefassten Stockwerke oberhalb der Normalzone. Nachteilig wirkt sich hierbei aus, dass sich die Anzahl von Steigleitungen linear mit der Anzahl der Druckzonen vergrößert. Die energetischen Vorteile und die geringere Anzahl an Druckminderern kompensieren dies jedoch. Aus technischen und wirtschaftlichen Gründen sollte die DEA bei mehreren Druckzonen, die Normalzone zählt als eine Druckzone, so hoch wie möglich aufgestellt werden. Jedoch wird sie aus baulichen Gründen, wie Deckenbelastung, Raummangel, Betriebsüberwachung und Geräuschminderung, meistens im Kellergeschoss aufgestellt. Gemäß DIN 1988-5 sind vier Grundkonzepte zu unterscheiden, die Einteilung in Normalzone und weitere Druckzonen (Abbildung 4.3), mehrere DEA, wobei jeder Druckzone eine eigene DEA zugeordnet ist (Abbildung 4.4), eine DEA mit zentralem Druckminderer für jeweils eine Druckzone (Abbildung 4.5) und eine DEA mit Druckminderern an den Abzweigungen der unteren Stockwerke (Abbildung 4.6). Dabei ist im Einzelfall zu prüfen,

welches Konzept oder welche Kombination der Konzepte am wirtschaftlichsten für die geplante Anwendung ist. [36, 50]

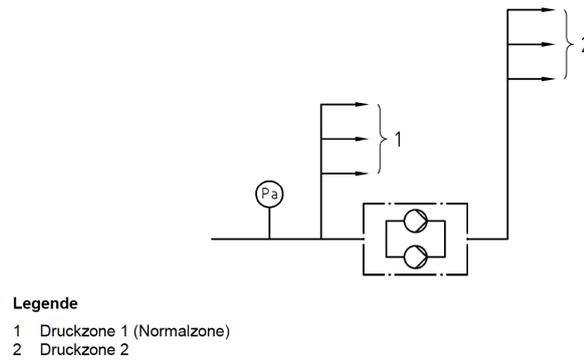


Abbildung 4.3: DEA - Ausführungsart A [17]

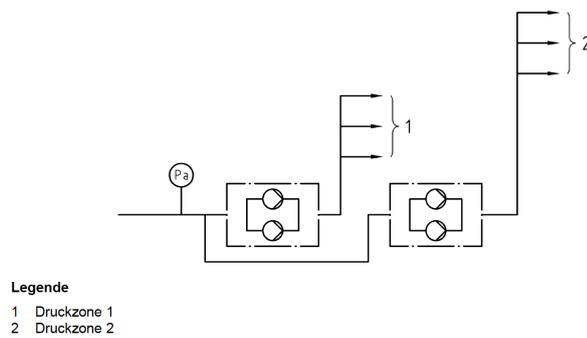


Abbildung 4.4: DEA - Ausführungsart B [17]

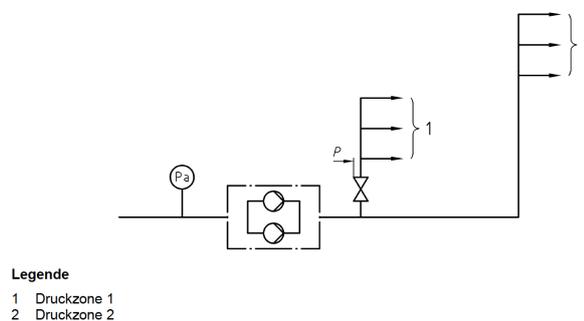
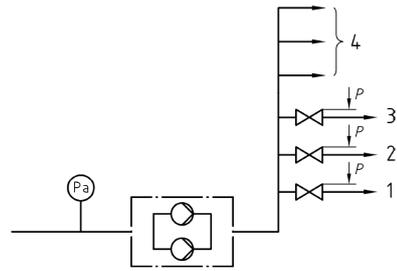


Abbildung 4.5: DEA - Ausführungsart C [17]

**Legende**

- 1 Druckzone 1
- 2 Druckzone 2
- 3 Druckzone 3
- 4 Druckzone 4

Abbildung 4.6: DEA - Ausführungsart D [17]

5 Physikalische Grundlagen von Fluidfördersystemen

In diesem Kapitel werden die für diese Arbeit wichtigsten physikalischen Grundlagen von Fluidfördersystemen, zu deren Klasse auch DEA gehören, aufgezeigt. Im Falle einer DEA besteht ein Fluidfördersystem primär aus vier Komponentengruppen. Dies sind Pumpen, Rohre, Druckminderer und Ventile. Des Weiteren besitzt ein solches System zusätzlich mindestens eine Quelle und Senke. Das Hauptaugenmerk dieser Arbeit liegt dabei auf den Pumpen und Rohren des Systems, weshalb die Ventile und Druckminderer nicht direkt angesprochen, jedoch implizit berücksichtigt sind. Dadurch vereinfacht sich die Darstellung zu einer Zusammenschaltung aus Pumpen und Rohren, die ein zusammenhängendes Netzwerk bilden. Die dabei relevanten physikalischen Größen sind der Volumenstrom \dot{Q} durch Pumpen und Rohre, die durch die Pumpe erzeugte Förderhöhe H , die Leistungsaufnahme der Pumpen P sowie deren Betriebsdrehzahl n . In den folgenden Unterkapiteln sind die wichtigsten Gesetze, Gleichungen und Zusammenhänge, welche im Falle von idealen Bedingungen gelten, dargestellt.

5.1 Kontinuitätsgleichung

Die transportierte Masse innerhalb einer Stromröhre bleibt im Falle einer stationären Strömung konstant. Dies entspricht dem allgemeinen Prinzip der Massenerhaltung und bedeutet auch, dass der eingehende gleich dem ausgehenden Massenstrom sein muss. [35] In der Strömungslehre wird dieser Zusammenhang durch die Kontinuitätsgleichung ausgedrückt:

$$\dot{m} = \rho_1 \cdot c_1 \cdot A_1 = \rho_2 \cdot c_2 \cdot A_2 \quad (5.1)$$

$$\dot{m} = \rho_1 \cdot \dot{Q}_1 = \rho_2 \cdot \dot{Q}_2 \quad (5.2)$$

Im Falle eines inkompressiblen Fluides, wie Wasser, vereinfacht sich der Zusammenhang wegen der druckunabhängigen Dichte zu:

$$\dot{Q} = \dot{Q}_1 = \dot{Q}_2 \quad (5.3)$$

Diese Beziehung gilt in idealen Fluidfördersystemen ohne Verlust sowohl im ganzen System, als auch auf jede einzelne Komponente bezogen. Der gesamte Volumenstrom, der die Quellen verlässt muss auch an den Senken abgenommen werden können und der Eingangsvolumenstrom in Rohre und Pumpen, muss deren Ausgangsvolumenstrom entsprechen.

5.2 Bernoulli-Gleichung

Hergeleitet aus dem Impulserhaltungssatz ergibt sich die Bernoulli-Gleichung. Diese besagt, dass sich bei der stationären Bewegung eines reibungsfreien (idealen), inkompressiblen Fluides, welches als äußerer Kraft nur der Schwerkraft unterworfen ist, ein konstanter Term aus der Summe der Druckhöhe $\frac{p}{\rho g}$, der Geschwindigkeitshöhe $\frac{v^2}{2g}$ und der geodätischen Höhe z ergibt. [35] Diese Grundgleichung der Strömungslehre wird auch als Bernoulli-Energiegleichung bezeichnet:

$$\frac{c_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} + z_1 = \frac{c_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g} + z_2 = \textit{konst.} \quad (5.4)$$

Wird Gleichung (5.4) mit der Dichte ρ und der Erdbeschleunigung g multipliziert ergibt sich die bernoullische Druckgleichung:

$$p_1 + \rho \cdot g \cdot z_1 + \frac{\rho}{2} \cdot c_1^2 = p_2 + \rho \cdot g \cdot z_2 + \frac{\rho}{2} \cdot c_2^2 = \textit{konst.} \quad (5.5)$$

5.3 Serielle und parallele Schaltung von Pumpen

Zwei Pumpen können entweder seriell (siehe Abbildung 5.1) oder parallel (siehe Abbildung 5.2) miteinander verschaltet werden. Die jeweilige Verschaltung hat, ähnlich zu elektrischen Schaltungen aus Widerständen, einen Einfluss auf die physikalischen Größen des erzeugten Systems.

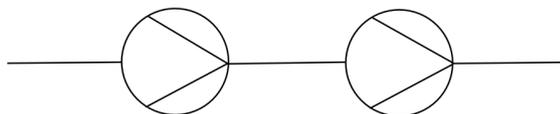


Abbildung 5.1: Serienschaltung zweier Pumpen

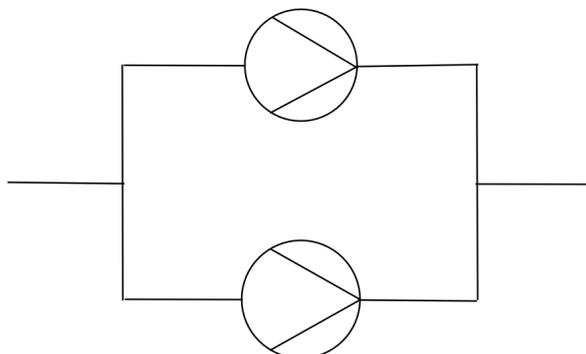


Abbildung 5.2: Parallelschaltung zweier Pumpen

5.3.1 Serielle Schaltung

Bei der seriellen Schaltung zweier Pumpen addieren sich die Förderhöhen der einzelnen Pumpen. Auf diese Weise kann die bereitzustellende Druckhöhe anteilig von beiden Pumpen getragen werden. [56] Der Volumenstrom durch beide Pumpen bleibt gemäß der Kontinuitätsgleichung jedoch konstant:

$$H = H_1 + H_2 + \dots + H_n \quad (5.6)$$

$$\dot{Q} = \dot{Q}_1 = \dot{Q}_2 = \dots = \dot{Q}_n \quad (5.7)$$

5.3.2 Parallele Schaltung

Bei der parallelen Schaltung zweier Pumpen bleibt im Gegensatz zur seriellen Schaltung die Förderhöhe konstant. Durch die Verzweigung der Rohrleitung kommt es jedoch zu einer Aufteilung des Volumenstroms zwischen den beiden Pumpen. [56] Dies ermöglicht es, dass der zu fördernde Volumenstrom anteilig von beiden Pumpen getragen werden kann:

$$H = H_1 = H_2 = \dots = H_n \quad (5.8)$$

$$\dot{Q} = \dot{Q}_1 + \dot{Q}_2 + \dots + \dot{Q}_n \quad (5.9)$$

5.4 Zusammenhang der Zustandsgrößen von Pumpen

Wie bereits in Kapitel 4 angesprochen, gibt es grundsätzlich drei verschiedene Klassen von Förderpumpen, resultierend aus deren Drehzahlregelung. Dies sind Pumpen mit konstanter Drehzahl, mit gestufter Regelung der Drehzahl und Pumpen mit stufenloser Drehzahlregelung. Allen gemein ist der gegenläufige Zusammenhang zwischen Volumenstrom und Förderhöhe. Dies bedeutet, dass mit zunehmenden Volumenstrom die erreichbare Förderhöhe sinkt. Zudem gibt es einen Zusammenhang zwischen Volumenstrom und der von der Pumpe aufgenommenen Leistung. Die Leistungsaufnahme der Pumpe steigt mit zunehmendem Volumenstrom. Bei Pumpen mit variabler Drehzahl existiert des Weiteren ein Zusammenhang zwischen den genannten Größen und der Drehzahl der Pumpe. So steigt die erreichbare Förderhöhe bei gleichbleibendem Volumenstrom mit der Drehzahl an. Die aufgenommene Leistung nimmt dabei ebenfalls zu. Zusätzlich steigt der maximal förderbare Volumenstrom mit steigender Drehzahl. [25, 37, 63]

Bei stufenloser Drehzahlregelung lässt sich der beobachtete Zusammenhang zwischen Drehzahl und den anderen Zustandsgrößen folgendermaßen beschreiben:

$$\frac{\dot{Q}_1}{\dot{Q}_2} = \frac{n_1}{n_2} \quad \frac{H_1}{H_2} = \frac{n_1^2}{n_2^2} \quad \frac{P_1}{P_2} = \frac{n_1^3}{n_2^3} \quad (5.10)$$

$$\dot{Q} \sim n \quad H \sim n^2 \quad P \sim n^3 \quad (5.11)$$

Dieser Zusammenhang lässt sich auch anhand der, in Abbildung 5.3 dargestellten, Pumpenkennlinie einer stufenlos drehzahlregelbaren Kreiselpumpe erkennen. Dies ist die Pumpenart, die in dieser Arbeit verwendet wird.

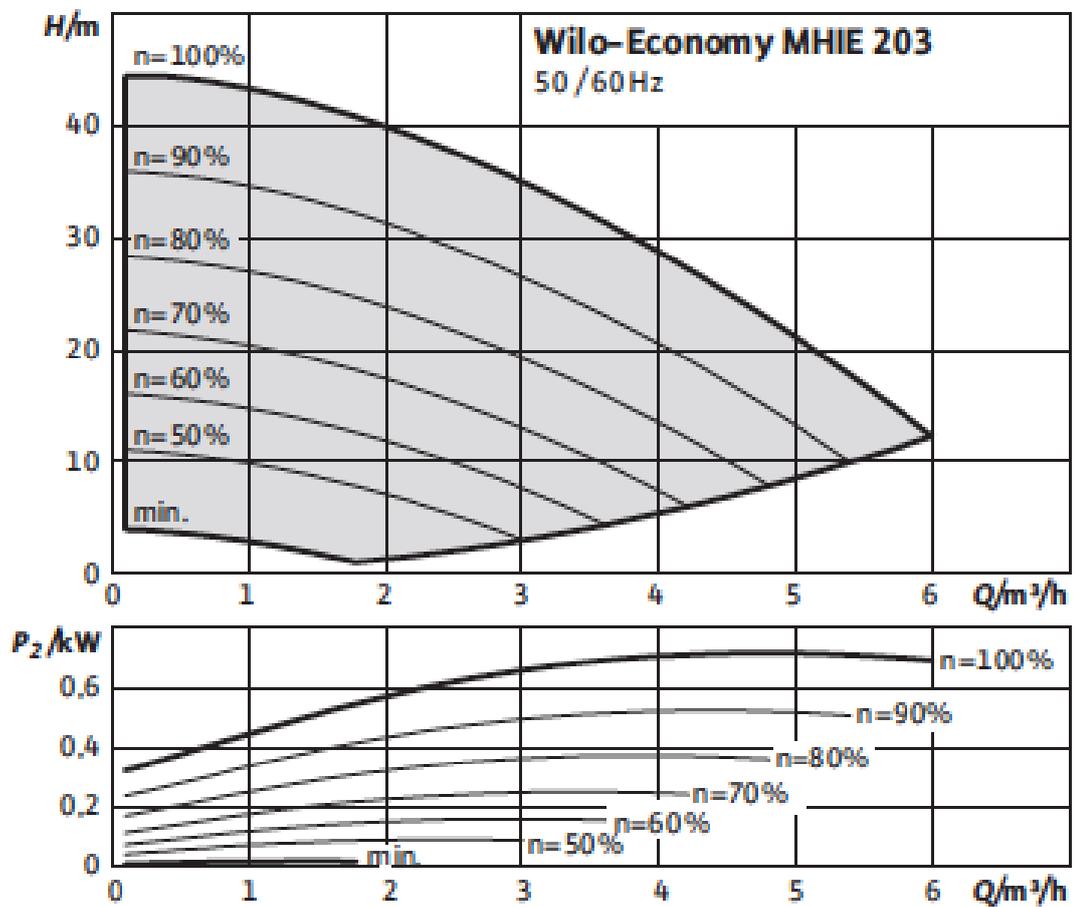


Abbildung 5.3: Pumpenkennlinie einer drehzahlregelbaren Kreiselpumpe [65]

6 Graphentheoretische Modellierung

In diesem Kapitel werden zunächst die Grundlagen der Graphentheorie erläutert. Daraufhin wird das Konzept der Fluss-Netzwerke vorgestellt. Worauf die Klasse der serienparallelen Netzwerke eingeführt wird, die als wichtige Netzwerkkategorie die Grundlage für den Simulated Annealing Algorithmus bildet. Abschließend wird aufgezeigt, wie DEA auf Basis der beschriebenen graphentheoretischen Grundlagen modelliert werden können.

6.1 Graphentheoretische Grundlagen

Gerichtete und ungerichtete Graphen

Ein Graph G besteht aus einer nicht-leeren Menge an Knoten V (engl. vertices oder nodes) und Kanten $E \subseteq V \times V$. Jedem Element aus E wird dabei ein Knotenpaar $u, v \in V$ zugeordnet. Handelt es sich bei dieser Zuordnung um ein nicht-geordnetes Knotenpaar, spielt also die Reihenfolge keine Rolle, so spricht man von einem ungerichteten Graphen $G = [V, E]$ (siehe Abbildung 6.1). Bei geordneten Knotenpaaren spricht man von einem gerichteten Graphen $G = (V, E)$ (siehe Abbildung 6.2). Entsprechend der Unterteilung in gerichtete und ungerichtete Graphen bezeichnet man deren Kanten als ungerichtete (engl. edges) und gerichtete (engl. arcs) Kanten. Zur Identifizierung wird bei ungerichteten Kanten die Schreibweise $[u, v]$ und bei gerichteten Kanten (u, v) verwendet. Die Knoten u und v heißen im ungerichteten Graphen Endknoten und im gerichteten Graphen Anfangs- bzw. Endknoten der Kante $[u, v]$ bzw. (u, v) . [20, 55]

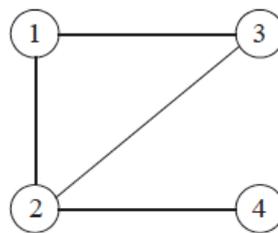


Abbildung 6.1: Ungerichteter Graph [20]

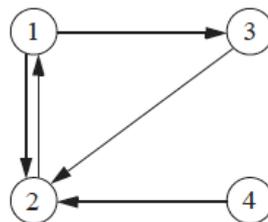


Abbildung 6.2: Gerichteter Graph [20]

Kantenbewertete Graphen

Ein gerichteter oder ungerichteter Graph G heißt (kanten-) bewerteter Graph $G = (V, E, c)$ bzw. $G = [V, E, c]$, wenn allen Kanten eine Bewertung $c(u, v)$ bzw. $c[u, v]$ zugeordnet ist, die ihnen einen Kapazitäts- oder Kostenwert zuweist (siehe Abbildung 6.3). Zur Darstellung der Kantenbewertung wird oftmals die Indexschreibweise c_{uv} genutzt. [20, 55]

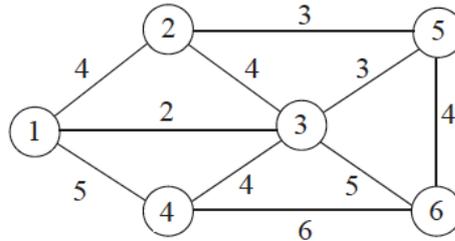


Abbildung 6.3: Kantengewichteter, ungerichteter Graph [20]

Vorgänger, Nachfolger, Nachbarn eines Knoten und Knotengrad

In einem gerichteten Graphen G wird ein Knoten v als (unmittelbarer) Nachfolger eines Knotens u bezeichnet, wenn eine gerichtete Kante (u, v) existiert. Analog bezeichnet man in diesem Fall u als (unmittelbaren) Vorgänger von v . u und v sind daher mit der Kante inzident. Die Menge aller Nachfolger eines Knotens u wird mit $N(u)$ und die Menge aller Vorgänger von u mit $V(u)$ bezeichnet. Die Menge der Vorgänger und Nachfolger eines Knotens u heißen Nachbarn von u , $NB(u)$. Ein Knoten s mit $V(s) = \emptyset$ heißt Quelle und ein Knoten t mit $N(t) = \emptyset$ heißt Senke des Graphen. Im ungerichteten Graphen G heißen die Knoten u und v Nachbarn, wenn eine Kante $[u, v]$ im Graph G existiert. Die Menge der Nachbarn eines Knoten u wird ebenfalls mit $NB(u)$ bezeichnet. Die Anzahl g_u der mit dem Knoten u inzidenten Kanten heißt Grad des Knotens oder Knotengrad. [20, 55]

Schlichte und vollständige Graphen

Falls ein Graph keine parallelen Kanten, zwei oder mehr Kanten mit gleichem Anfangs- und Endknoten, und keine Schlingen, Kanten der Form (u, u) bzw. $[u, u]$, enthält, so wird er als schlichter Graph bezeichnet. Ein schlichter, gerichteter Graph $G = (V, E)$ mit endlicher Knotenmenge V heißt Digraph (siehe Abbildung 6.4). Ein Digraph heißt zudem vollständig falls für jedes Knotenpaar u, v , wobei $u \neq v$, sowohl eine gerichtete Kante (u, v) , als auch (v, u) existiert. Somit ergeben sich für n Knoten $n \cdot (n - 1)$ gerichtete Kanten. Analog heißt ein schlichter, ungerichteter Graph vollständig, falls für alle Knotenpaare u, v , wobei $u \neq v$ ist, eine Kante $[u, v]$ existiert. Für n Knoten ergeben sich daraus $n \cdot (n - 1)/2$ ungerichtete Kanten. [20, 55]

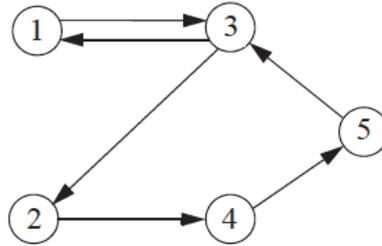


Abbildung 6.4: Digraph [20]

Ketten, Wege, Kreise und Zyklen in Graphen

Eine Folge von Kanten e_1, e_2, \dots, e_t die in dieser Reihenfolge durch Knoten verbunden sind heißt Kette. Die Richtung der Kanten ist dabei unerheblich. Bei einer Kette aus $t + 1$ Knoten gilt $e_k = (u_{k-1}, u_k)$ bzw. $e_k = (u_k, u_{k-1})$ für alle $k = 1, \dots, t$. Falls in einem gerichteten Graphen die Kanten einer Kette e_1, e_2, \dots, e_t eine einheitliche Richtung aufweisen, also $e_k = (u_{k-1}, u_k)$ für alle $k = 1, \dots, t$ gilt, so spricht man von einem Weg. Existiert in einem ungerichteten Graphen eine Kette mit gleichem Anfangs- und Endknoten $u_0 = u_t$, so wird dies Kreis genannt. Analog heißt ein Weg in einem gerichteten Graphen mit $u_0 = u_t$ Zyklus. [20, 55]

Zusammenhängende, stark zusammenhängende Graphen

Ein Graph G heißt zusammenhängend, falls ein Weg zwischen zwei beliebigen Knoten u und v existiert. Ein gerichteter Graph G heißt weiter stark zusammenhängend falls für jeden beliebigen Knoten u ein Weg zu jedem anderen beliebigen Knoten v existiert. [20, 55]

Teilgraphen

Ein Graph $G' = (V', E')$ ist genau dann Teilgraph eines Graphen $G = (V, E)$, wenn $V' \subseteq V$ und $E' \subseteq E$ gilt. [20, 55]

Bäume

Ein zusammenhängender, ungerichteter, kreisfreier Graph heißt Baum. Dabei existiert für jedes Knotenpaar u, v , wobei $u \neq v$, genau eine Kette, die diese beiden Knoten miteinander verbindet (siehe Abbildung 6.5). [20, 55]

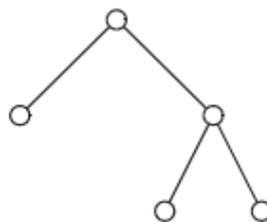


Abbildung 6.5: Baum [20]

6.2 Fluss-Netzwerke

In diesem Unterkapitel soll der Begriff des Fluss-Netzwerkes definiert und die besonderen Eigenschaften solcher Netzwerke dargestellt werden. Diese bilden die Grundlage für die graphentheoretische Modellierung von Fluidfördersystemen.

Ein Fluss-Netzwerk $G = (V, E)$ ist ein gerichteter Graph, dessen Kanten $(u, v) \in E$ nicht-negative Kapazitäten $c(u, v) \geq 0$ zugeordnet sind. Alle Kanten $(u, v) \notin E$ haben folglich die Kapazität $c(u, v) = 0$. Zudem gibt es mindestens zwei Knoten mit besonderen Eigenschaften, die Quellen s_i und die Senken t_i . Vereinfachend wird angenommen, dass jeder Knoten auf dem Weg von der Quelle zur Senke erreicht werden kann. Für alle Knoten $v \in V$ existiert also ein Weg $s \rightsquigarrow v \rightsquigarrow t$. Es handelt sich demnach um einen zusammenhängenden Graphen mit $|E| \geq |V| - 1$. Ein solches Fluss-Netzwerk ist exemplarisch in Abbildung 6.6 dargestellt. [15, 55]

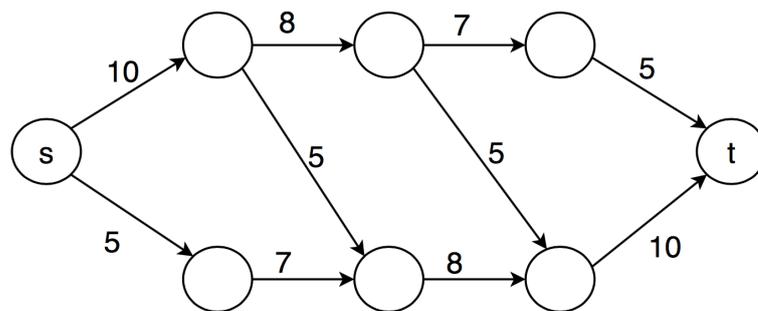


Abbildung 6.6: Fluss-Netzwerk [64]

$G = (V, E)$ sei nun ein Fluss-Netzwerk mit der Kapazitätsfunktion c . s sei die Quelle und t die Senke des Netzwerkes. Ein Fluss in G ist eine real-wertige Funktion $f : V \times V \rightarrow \mathbb{R}$. $f(u, v)$ repräsentiert den Fluss von Knoten u zu Knoten v .

Der Wert eines Flusses f ist definiert als:

$$|f| = \sum_{v \in V} f(s, v) \quad (6.1)$$

Dies entspricht dem Gesamtfluss (engl. total flow) aus der Quelle heraus. (Hierbei ist zu beachten, dass es sich hier bei der $|\cdot|$ -Notation um den Wert des Flusses und nicht um dessen Betrag oder die Kardinalität handelt.) [15, 55]

Der Fluss von Knoten u nach Knoten v , $f(u, v)$, kann positiv, negativ oder null sein und muss die folgenden drei Eigenschaften erfüllen:

Kapazitätskonformität

$$f(u, v) \leq c(u, v) \quad \forall u, v \in V \quad (6.2)$$

Schiefensymmetrie

$$f(u, v) = -f(v, u) \quad \forall u, v \in V \quad (6.3)$$

Flusserhaltung

$$\sum_{v \in V} f(u, v) = 0 \quad \forall u \in V \setminus \{s, t\} \quad (6.4)$$

Die Kapazitätskonformität (engl. capacity constraint) sagt aus, dass der Fluss von einem zum anderen Knoten die Kapazität der Kanten zwischen ihnen nicht überschreiten darf. Die Schiefensymmetrie (engl. skew symmetry) besagt, dass der Fluss von Knoten u zu Knoten v den negativen Wert der umgekehrten Richtung annimmt. Die Flusserhaltung (engl. flow conservation) gibt an, dass der Gesamtfluss aus einem Knoten heraus, wenn es sich bei diesem um keine Quelle oder Senke handelt, null ist. Zusammen mit der Schiefensymmetrie-Eigenschaft folgt, dass auch der Gesamtfluss in einen Knoten hinein null sein muss:

$$\sum_{u \in V} f(u, v) = 0 \quad \forall v \in V \setminus \{s, t\} \quad (6.5)$$

Berücksichtigt man nun nur die positiven Gesamtflüsse (engl. total positive flow), ist dieser in einen Knoten v definiert als:

$$\sum_{\substack{u \in V \\ f(u, v) \geq 0}} f(u, v) \quad \forall v \in V \quad (6.6)$$

Der positive Gesamtfluss aus einem Knoten heraus ist symmetrisch formuliert. Die Differenz aus positivem Gesamtfluss aus und positivem Gesamtfluss in einen Knoten hinein wird als Gesamt-Netz-Fluss (engl. total net flow) des Knotens bezeichnet. Daraus ergibt sich unter Ausnutzung der Flusserhaltungseigenschaft, dass der positive Gesamtfluss in einen Knoten hinein gleich dem positiven Gesamtfluss aus dem Knoten heraus ist und somit der Gesamt-Netz-Fluss des Knotens null sein muss. Dies ist auch der Ursprung der Netzwerk-Daumenregel „Eingangs- gleich Ausgangsfluss“. [15, 55]

6.3 Serien-parallele Netzwerke

In diesem Unterkapitel wird die Netzwerkkategorie der serien-parallelen Netzwerke näher betrachtet, da diese die Grundlage für den in dieser Arbeit implementierten Simulated Annealing Algorithmus bilden werden.

Der Begriff der serien-parallelen (s.-p.) Netzwerke geht auf McMahon [42] aus dem Jahr 1892 zurück und wurde erstmals im Zusammenhang mit der Untersuchung von elektrischen Schaltkreisen erwähnt. Die Klasse der s.-p. Netzwerke repräsentiert dabei eine Teilmenge aller möglichen Netzwerkstrukturen. [11]

$G = (V, E)$ sei ein gerichteter Graph mit einer Menge an Knoten V und einer Menge an Kanten E . Jede Kante $e \in E$ hat eine Quelle $s(e) \in V$ und eine Senke $t(e) \in V$. Dabei ist $s(e)$ der Anfangs- und $t(e)$ der Endknoten von e . [9] Der Graph G heißt genau dann (zweipolig) serien-parallel mit der Quelle s und der Senke t , wenn G durch die folgenden drei Regeln erzeugt werden kann:

Minimales Netzwerk

Jeder Graph der Form $G = (\{s, t\}, \{e\})$ mit $s(e) = s$ und $t(e) = t$ ist serien-parallel mit der Quelle s und der Senke t . Dieses Netzwerk heißt minimales Netzwerk.

Nun sei $G_1 = (V_1, E_1)$ serien-parallel mit der Quelle s_1 und der Senke t_1 und $G_2 = (V_2, E_2)$ serien-parallel mit der Quelle s_2 und der Senke t_2 .

Serielle Verschaltung

Der Graph G_s , der aus G_1 und G_2 durch die Identifizierung von t_1 und s_2 entsteht ist wiederum serien-parallel mit der Quelle s_1 und der Senke t_2 .

Parallele Verschaltung

Der Graph G_p , der aus G_1 und G_2 durch Identifizierung von s_1 und s_2 sowie t_1 und t_2 entsteht ist wiederum serien-parallel mit der Quelle $s_1 = s_2$ und der Senke $t_1 = t_2$.

Anhand der Anzahl minimaler Netzwerke im Gesamtnetzwerk ergibt sich dessen Ordnung. Ein Netzwerk aus n minimalen Netzwerken heißt folglich Netzwerk der Ordnung n .

Abhängig von der seriellen bzw. parallelen Verschaltung von Subnetzwerken nach den zuvor genannten Regeln lässt sich eine Klassifizierung in zwei Gruppen ableiten:

Parallele Netzwerke

Im Wesentlichen parallele (essentially parallel, e.p.) Netzwerke ergeben sich aus der parallelen Verschaltung von Subnetzwerken.

Serielle Netzwerke

Im Wesentlichen serielle (essentially series, e.s.) Netzwerke ergeben sich aus der seriellen Verschaltung von Subnetzwerken.

Im Folgenden wird zur Darstellung von parallelen und seriellen Verschaltungen eine an Golinelli [27] angelehnte Darstellungsform verwendet. Jedem minimalen Netzwerk im Gesamtnetzwerk der Ordnung n wird eine Variable X_i , wobei $i = 1, \dots, n$, zugeordnet. Werden zwei Netzwerke mit einander parallel verschaltet, so wird dies durch den booleschen Operator „+“ für „ODER“ dargestellt. Bei einer seriellen Verschaltung erfolgt die Darstellung durch das Produkt, dem booleschen Operator für „UND“. Beispielhaft sei die parallele Verschaltung zweier minimaler Netzwerke X_1 und X_2 gezeigt, welche zu einem Netzwerk der Form $X_1 + X_2$ führt. Erfolgt nun eine serielle Verschaltung dieses Netzwerkes mit einem minimalen Netzwerk X_3 , so ergibt sich daraus das Netzwerk $(X_1 + X_2)X_3$. [27, 42]

Die Klassifikation von s.-p.-Netzwerken in e.p. und e.s. Netzwerke weist bei deren genauerer Untersuchung eine Dualität auf. Die Anzahl möglicher e.p. Netzwerke einer Ordnung entspricht der Anzahl an e.s. Netzwerken und diese stehen in einer 1 - 1 Korrespondenz zueinander. Ein s.p. Netzwerk wird somit zu einem e.p. Netzwerk, wenn die Worte „parallel“ und „seriell“ in ihrer Beschreibung miteinander vertauscht werden. Parallele Verbindungen werden dabei zu seriellen und vice versa. Dies gilt auch für den umgekehrten Fall. In der gewählten Darstellungsform entspricht dies der Vertauschung der booleschen Operatoren „UND“ und „ODER“. Einen Sonderfall bildet dabei das minimale Netzwerk, welches selbst-konjugiert und somit sowohl e.p. als auch e.s. Netzwerk ist. Die Anzahl der Netzwerke der Ordnung 1 ist somit 1. Die Dualität zwischen e.p. und s.p. Netzwerken kann bei der Aufzählung aller s.p.-Netzwerke einer Ordnung genutzt werden. [27, 42, 49]

Sei b_n die Anzahl aller e.p. Netzwerke der Ordnung n , so ergibt sich die Anzahl an s.p. Netzwerken a_n der Ordnung n zu:

$$a_n = \begin{cases} 1, & n = 1 \\ 2 \cdot b_n, & n \geq 2 \end{cases} \quad (6.7)$$

Die Ermittlung der b_n e.p. Netzwerke der Ordnung n erfolgt durch die parallele Verschaltung von e.s. Netzwerken niedrigerer Ordnung. Dabei spielt die Reihenfolge der Verschaltung von Subnetzwerken keine Rolle. Zwei Netzwerke sind somit gleich, wenn deren boolesche Repräsentation sich nur durch die Vertauschung der Variablen $\{X_i\}$ unterscheidet. Bei $X_1X_2(X_3 + X_4)$, $X_1(X_2 + X_3)X_4$ und $(X_1 + X_2)X_3X_4$ handelt es sich demnach um das gleiche Netzwerk. Alle s.p.-Netzwerk der Ordnung 1 bis 4 sind in Abbildung 6.7 dargestellt. [27, 42]

number of elements	essentially series		essentially parallel		number of networks
1		X_1		X_1	1
2		X_1X_2		$X_1 + X_2$	2
3		$X_1X_2X_3$		$X_1 + X_2 + X_3$	4
		$X_1(X_2 + X_3)$		$X_1 + X_2X_3$	
4		$X_1X_2X_3X_4$		$X_1 + X_2 + X_3 + X_4$	10
		$X_1X_2(X_3 + X_4)$		$X_1 + X_2 + X_3X_4$	
		$X_1(X_2 + X_3 + X_4)$		$X_1 + X_2X_3X_4$	
		$X_1(X_2 + X_3X_4)$		$X_1 + X_2(X_3 + X_4)$	
		$(X_1 + X_2)(X_3 + X_4)$		$X_1X_2 + X_3X_4$	

Abbildung 6.7: Enumeration aller s.-p. Netzwerke der Ordnung 1 bis 4 [27]

Alle s.-p. Netzwerke der Ordnung 4 erhält man durch folgendes Vorgehen, wobei auch der umgekehrte Ansatz über die serielle Verschaltung von e.p. Netzwerken niedrigerer Ordnung möglich ist:

- Die parallele Verschaltung je eines e.s. Netzwerkes der Ordnung 3 mit einem minimalen Netzwerk
- Die parallele Verschaltung von je zwei e.s. Netzwerken der Ordnung 2 miteinander
- Die parallele Verschaltung je eines e.s. Netzwerkes der Ordnung 2 mit zwei minimalen Netzwerken
- Die parallele Verschaltung von vier minimalen Netzwerken
- Die Konjugation aller so entstandenen e.p. Netzwerke zu e.s. Netzwerken

Tabelle 6.1 zeigt die Anzahl möglicher s.p. Netzwerke der Ordnung 1 bis 15 im Falle unmarkierter Kanten. Unterscheiden sich die Kanten eines s.p.-Netzwerkes, so ist die Position der Komponenten im Netzwerk zu beachten und die Anzahl der unterschiedlichen Netzwerke je Ordnung erhöht sich gemäß Tabelle 6.2. Wie ersichtlich ist, führt bereits die Unterklasse der s.p. Netzwerke zu einer Vielzahl an möglichen Kombinationen. Es ist jedoch zu beachten, dass nicht alle möglichen Netzwerke serien-parallel sind. So sind beispielsweise im Falle von elektrischen Schaltungen, welche in ihren strukturellen Eigenschaften Ähnlichkeiten zu Fluidsystemen aufweisen, kleinere Netzwerke mit weniger als fünf Komponenten immer serien-parallel. Ab fünf Komponenten sind jedoch Brückenschaltungen möglich. Mit steigender Anzahl an Komponenten wächst der Anteil an möglichen nicht-s.-p. im Vergleich zu s.-p. Netzwerken stark an. Bei neun Komponenten machen nicht-s.-p. Netzwerke bereits einen Anteil von ca. 40 % aller

Netzwerkstrukturen aus. Dieser Anteil erhöht sich mit steigender Anzahl an Komponenten, sodass s.-p. Netzwerke nur noch einen kleinen Teil aller möglichen Netzwerke ausmachen. Da die Enumeration aller Netzwerke jedoch schwierig ist und mitunter nicht alle Netzwerke hinsichtlich ihrer Struktur zu zulässigen Systemtopologien führen, kann es sinnvoll sein, sich wie in dieser Arbeit auf s.-p. Netzwerke zu konzentrieren, da diese vergleichsweise einfach erzeugt werden können. [49]

Ordnung	Anzahl Netzwerke
1	1
2	2
3	4
4	10
5	24
6	66
7	180
8	522
9	1.532
10	4.624
11	14.136
12	43.930
13	137.908
14	437.502
15	1.399.068

Tabelle 6.1: Anzahl serien-paralleler Netzwerke - unmarkierte Kanten [52]

Ordnung	Anzahl Netzwerke
1	1
2	2
3	8
4	52
5	472
6	5.504
7	78.416
8	1.320.064
9	25.637.824
10	564.275.648
11	13.879.795.712
12	377.332.365.568
13	11.234.698.041.088
14	363.581.406.419.456
15	12.707.452.084.972.544

Tabelle 6.2: Anzahl serien-paralleler Netzwerke - markierte Kanten [53]

6.4 Graphentheoretische Modellierung einer Druckerhöhungsanlage

Das vorliegende Problem lässt sich als Fluss-Netzwerk $G = (V, E)$ modellieren. Es handelt sich demnach um einen gerichteten Graphen, dessen Kanten $(u, v) \in E$ nicht-negative Kapazitäten $c(u, v) \geq 0$ zugeordnet sind. Alle Komponenten (Pumpen und Rohre) mit zugehörigem Absperrventil werden als Kanten dargestellt. Ihnen werden entsprechend ihrer Charakteristika Kapazitäten zugewiesen. Die Kapazitäten der Pumpen ergeben sich dabei aus den Zustandsgrößen (Volumenstrom, Förderhöhe, Leistung und Drehzahl) ihrer Kennlinie. Rohre weisen im betrachteten Modell eine unendliche Kapazität auf und stellen somit keine Restriktion dar. Die Knoten des Netzwerkes bilden die Verbindungspunkte der Komponenten, deren Eintritts- bzw. Austrittspunkte. Das Netzwerk weist zusätzlich zwei besondere Knoten, eine Quelle s und eine Senke t , auf.

Alle möglichen Topologien können als vollständiger Graph $G = (V, E)$ aus den zur Verfügung stehenden Pumpen P , Rohren R , Quelle s und Senke t modelliert werden. Jede gültige Topologie ist ein Teilgraph $\hat{G} = (\hat{V}, \hat{E})$ des vollständigen Graphen G . Dies ist in Abbildung 6.8 beispielhaft dargestellt. Hier wird aus den verfügbaren Pumpen p_1, \dots, p_6 eine Topologie in Form eines Teilgraphen ausgewählt. Dieser beinhaltet die Pumpen p_3, p_4 und p_5 , wobei die Reihenschaltung aus p_3 und p_4 mit p_5 parallel verschaltet ist. Ausgehend von dem in der Topologieentscheidung gewählten Teilgraphen \hat{G} , wird bei der Aussteuerung wiederum für jedes Lastszenario s ein weiterer Teilgraph \hat{G}_s aus \hat{G} ausgewählt, der das im jeweiligen Lastszenario genutzte Teilsystem repräsentiert.

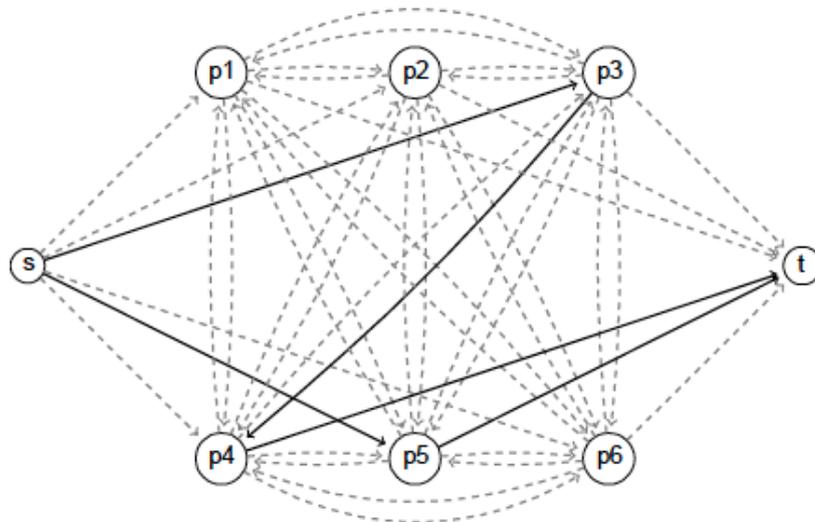


Abbildung 6.8: Vollständiger Topologiegraph mit ausgewählter Topologie [38]

Neben der Struktur des Systems lassen sich im Graphen auch die Betriebsfälle abbilden. In den einzelnen Lastszenarien s kann jedem Verbindungsknoten zweier Komponenten der ein- bzw. ausfließende Volumenstrom $Q_{i,s}$ und die am Knoten vorliegende Druckhöhe $H_{i,s}$ zugeordnet werden. Bei der Quelle und der Senke handelt es sich dabei um die gegebenen Eingangs- bzw. Ausgangsgrößen des Systems. Den Pumpen-Kanten P wird der geförderte Volumenstrom $Q_{p,s}$ sowie die erzeugte Förderhöhe $\Delta H_{p,s}$ zugeordnet. Zusätzlich erhält jede dieser Kanten Informationen über die in diesem Betriebspunkt aufgenommene Leistung $P_{p,s}$ und Drehzahl $n_{p,s}$. Diese ergeben sich anhand des Volumenstroms und der Förderhöhe gemäß der Pumpenkennlinie. Den Rohr-Kanten R wird der durch sie fließende Volumenstrom $Q_{r,s}$ sowie die Druckhöhe im Rohr $H_{r,s}$ zugeordnet, die den Werten ihres Eingangs- bzw. Ausgangsknoten entsprechen.

7 Modellierung

In diesem Kapitel werden zunächst die theoretischen Grundlagen „gemischt-ganzzahliger Programme“ (MIP) erläutert. Anschließend wird gezeigt, wie DEA als MIP modelliert werden können. Im letzten Unterkapitel wird demonstriert, wie die MIPs für diese Arbeit erzeugt werden und die verwendete Software vorgestellt werden.

7.1 Gemischt-Ganzzahlige Lineare Optimierung

Zunächst werden die wichtigsten theoretischen Grundlagen von MIPs erläutert und diese von ähnlich gelagerten Problemen abgegrenzt, bevor zum Ende des Unterkapitels noch kurz auf die Komplexität von MIPs eingegangen wird.

Ein gemischt-ganzzahliges Programm (mixed integer program, MIP) beschreibt ein Optimierungsproblem. Es besteht aus Variablen, die zum Teil auf ganzzahlige Werte restriktiert sind, während die übrigen Variablen realwertige, kontinuierliche Werte annehmen können. Zusätzlich existieren weitere Nebenbedingungen für die Variablen. Die Nebenbedingungen werden durch lineare Gleichungen und Ungleichungen ausgedrückt. Das Ziel der Optimierung ist es eine Variablenbelegung zu finden, die sowohl alle Nebenbedingungen erfüllt, als auch die gegebene, lineare Zielfunktion minimiert bzw. maximiert. Die Linearität der Zielfunktion und Nebenbedingungen unterscheidet dabei ein MIP von einem nicht-linearen gemischt-ganzzahligen Optimierungsproblem (mixed integer non-linear program, MINLP). Man spricht in diesem Zusammenhang auch teilweise von gemischt-ganzzahligen linearen Optimierungsmodellen (mixed integer linear program, MILP). [40, 55, 61] Formal lässt sich dies im Falle eines Minimierungsproblems folgendermaßen ausdrücken:

$$\begin{aligned} \min \quad & c^T x \\ \text{s.t.} \quad & Ax \leq b \\ & x \in \mathbb{Z}^p \times \mathbb{R}^{n-p} \end{aligned} \tag{7.1}$$

Wobei $A \in \mathbb{Q}^{m \times n}$, $b \in \mathbb{Q}^m$, $c \in \mathbb{Q}^n$ mit $p, n, m \in \mathbb{N}$, $p \leq n$ die das System beschreibenden Eingangsdaten repräsentieren. Das zugehörige Maximierungsproblem ergibt sich aus der Multiplikation der Zielfunktion des Minimierungsproblems mit -1 und wird deshalb hier nicht gesondert betrachtet. Ein Vektor $x^* \in \mathbb{Z}^p \times \mathbb{R}^{n-p}$, der $Ax^* \leq b$ erfüllt, heißt zulässige Lösung des Problems. Gilt zusätzlich $c^T x^* \leq c^T x$ für alle zulässigen Lösungen x , so handelt es sich bei x^* um das globale Optimum des Problems. [3, 20, 40, 55, 61]

MIPs mit $p = 0$ werden lineare Programme (linear program, LP) und solche mit $p = n$ ganzzahlige Programme (integer program, IP) genannt. Bei diesen Grenzfällen handelt

es sich um Optimierungsprobleme mit ausschließlich realwertigen, kontinuierlichen bzw. ausschließlich ganzzahligen Variablen. Ein weiterer Sonderfall sind MIPs mit $p = n$ wobei $x \in \{0, 1\}^n$ ist. Diese werden binäres oder auch 0/1-Programm genannt. Die Variablen können hier lediglich die Werte 0 oder 1 (wahr oder falsch) annehmen. [40, 61]

MIPs gehören zu den NP -schweren (NP -hard) Problemen. NP -schwer bedeutet, dass sich jedes Problem der Klasse NP in Polynomialzeit auf dieses Problem reduzieren lässt, sodass diese Probleme mindestens so schwer wie die schwersten Probleme der Komplexitätsklasse NP sind. Für NP -schwere Probleme existieren keine Algorithmen, die das Problem in Polynomialzeit lösen können. Würde es einen solchen Algorithmus geben, so wäre jedes Problem aus NP in Polynomialzeit lösbar. Hingegen gibt es für Probleme der Komplexitätsklasse P , in welcher LPs liegen, Algorithmen, die diese Probleme in Polynomialzeit lösen können. Wird ein MIP als Entscheidungsproblem formuliert, so handelt es ferner um NP -vollständiges (NP -complete) Problem. NP -vollständige Probleme sind NP -schwer und liegen gleichzeitig in der Komplexitätsklasse NP . Sie gehören somit zu den schwersten Problemen der Klasse NP . Im Gegensatz zu Problemen der NP umgebenden Komplexitätsklasse $PSPACE$ können Lösungen in Polynomialzeit auf ihre Gültigkeit überprüft werden, was bei Problemen der Klasse $PSPACE$ nicht mehr möglich ist. Zwischen den angesprochenen Komplexitätsklassen gilt zudem der Zusammenhang $P \subseteq NP \subseteq PSPACE$, wie er in Abbildung 7.1 verdeutlicht ist. [39, 40]

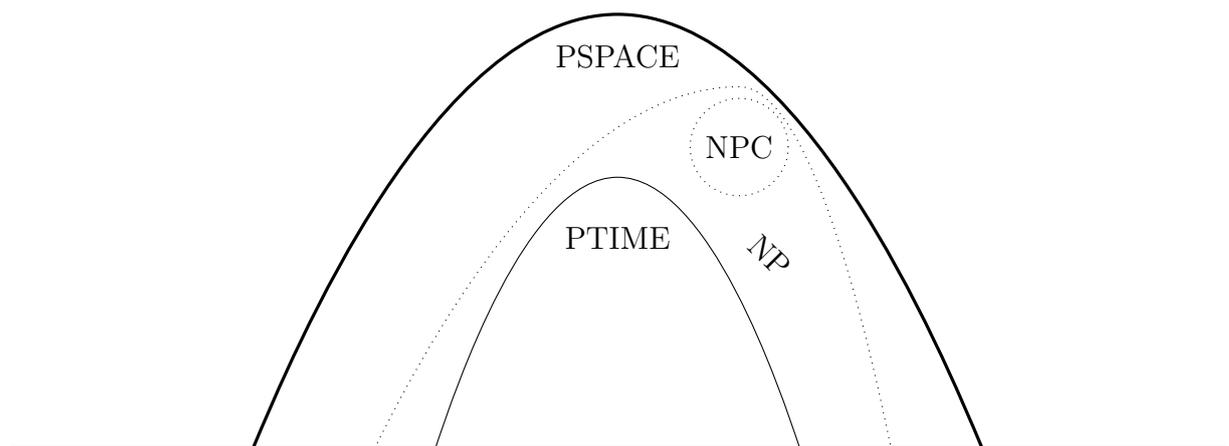


Abbildung 7.1: Komplexitätsklassen [4]

7.2 Modellierung einer Druckerhöhungsanlage

In diesem Abschnitt wird ein MIP zur Modellierung von DEA vorgestellt. Das verwendete Modell ist dabei an das in [48] postulierte MIP, welches im Folgenden vorgestellt wird, angelehnt.

Als Eingabedaten für das MIP dienen die verschiedene Lastszenarien, bestehend aus zu fördernden Volumenstrom Q_s , erforderlicher Druckhöhe H_s sowie dem prozentualen Zeitanteil A_s in dem diese Lasten auftreten. Zusätzlich wird eine Menge aus drehzahlregelbaren Kreiselpumpen P mit zugehörigen Charakteristika (Kosten, Pumpenkennlinien) übergeben, aus deren Menge die DEA verschaltet werden darf. Wie bereits in Kapitel 6 erläutert, kann eine DEA mathematisch als Graph $G = (V, E)$, genauer als Quelle-Senke-Fluss-Netzwerk, modelliert werden, wobei jede Kante eine Komponente des Systems darstellt. Die Knoten des Graphen repräsentieren die Verbindungen zwischen den Komponenten, sowie die Quelle und Senke.

Alle Nebenbedingungen sowie die Zielfunktion des Modells werden, wie es für MIPs gefordert ist, durch lineare Zusammenhänge ausgedrückt. Nicht-lineare Zusammenhänge, wie die Verläufe der Pumpenkennlinien, werden linearisiert. Die Linearisierung erfolgt unter Verwendung der aggregierten Konvexkombinationsmethode. Auf die genaue Darstellung im Modell wird hier jedoch verzichtet, da die Art der Linearisierung für die in dieser Arbeit verwendeten Verfahren nicht relevant ist. Ziel der Optimierung ist es aus dem vollständigen Graphen G aller möglichen Topologien einen Teilgraphen \hat{G} auszuwählen, der sowohl die Anforderungen aller Lastszenarien erfüllt und zudem kostenminimal bezüglich der Lebenszykluskosten, der Summe aus Energie- und Investitionskosten, ist. Die Auswahl eines Teilgraphen erfolgt dabei mit Hilfe von binären Entscheidungsvariablen, welche die Kaufentscheidung sowie die Entscheidung über die Nutzung einer Komponente im jeweiligen Lastszenario repräsentieren. Dass es sich bei einer gefundenen Lösung um eine zulässige Systemtopologie hinsichtlich der physikalischen Rahmenbedingungen handelt, wird durch die Nebenbedingungen des MIPs garantiert. Die Bewertung der gefundenen Systeme erfolgt anhand der aufgestellten Zielfunktion.

Die im Folgenden verwendeten Variablen und Parameter sind in den Tabellen 7.1 und 7.2 dargestellt und kurz erläutert. Der Index p steht in diesem Zusammenhang für eine Pumpe $p \in P$, (i, j) für eine Rohrverbindung zwischen zwei Komponenten ($i, j \in P \cup \{source, sink\}$) und s für ein Lastszenario $s \in S$. Alle weiteren Indices sind selbsterklärend. Der angegebene Typ einer Variable spezifiziert deren Wertebereich. So steht B für „binär“ ($x \in \{0, 1\}$), K für „kontinuierlich“ ($x \in [l, r]$ mit $l, r \in \mathbb{R}$) und HK für „halb-kontinuierlich“ ($x \in [l, r] \cup \{0\}$).

Variablen	Typ	Beschreibung
y_p	B	Kauf von Pumpe p
$y_{i,j}$	B	Kauf des Rohrs von Pumpe i zu Pumpe j
x_p^s	B	Nutzung von Pumpe p in Szenario s
$x_{i,j}^s$	B	Nutzung des Rohrs von Pumpe i nach Pumpe j in Szenario s
n_p^s	HK	Drehzahl von Pumpe p in Szenario s
q_p^s	HK	Volumenstrom durch Pumpe p in Szenario s
h_p^s	HK	Förderhöhe von Pumpe p in Szenario s
p_p^s	HK	Leistung von Pumpe p in Szenario s
$q_{i,j}^s$	HK	Volumenstrom durch das Rohr von Pumpe i zu Pumpe j in Szenario s
$h_{*,p}^s$	HK	Druckhöhe vor Pumpe p in Szenario s
$h_{p,*}^s$	HK	Druckhöhe nach Pumpe p in Szenario s

Tabelle 7.1: Variablen des MIPs einer DEA

Parameter	Beschreibung
C_p^{pump}	Anschaffungskosten der Pumpe p
C^{kWh}	Preis pro Kilowattstunde Strom
A_s	Zeitanteil des Szenarios s
T	Nutzungsdauer
Q_s	Zu fördernder Volumenstrom in Szenario s
H_s^{source}	Eingangsdruckhöhe in Szenario s
H_s^{sink}	Ausgangsdruckhöhe in Szenario s
Q^{min}, Q^{max}	Minimaler und maximaler Volumenstrom
H^{min}, H^{max}	Minimale und maximale Druckhöhe
$H_p(Q, n)$	Förderhöhe von Pumpe p bei Förderstrom Q und Drehzahl n
$P_p(Q, n)$	Aufgenommene Leistung von Pumpe p bei Förderstrom Q und Drehzahl n

Tabelle 7.2: Parameter des MIPs einer DEA

Zielfunktion

Die zu minimierende Zielfunktion ergibt sich aus der Summe der Investitions- und Energiekosten. Die Investitionskosten setzen sich aus den Kaufpreisen der verbauten Pumpen zusammen. Rohre sind im vorliegenden Modell nicht mit Kosten beaufschlagt. Die Energiekosten ergeben sich aus dem Energieverbrauch der einzelnen Pumpen in den jeweiligen Szenarien multipliziert mit dem Preis einer Kilowattstunde Strom.

$$\min \sum_{p \in P} (C_p^{pump} \cdot y_p) + \sum_{s \in S} (C^{kWh} \cdot A_s \cdot \sum_{p \in P} (p_p^s \cdot T)) \quad (7.2)$$

Kaufentscheidung

Zwischen zwei Komponenten (einschließlich Quelle und Senke) besteht maximal eine Rohrverbindung:

$$y_{(i,j)} + y_{(j,i)} \leq 1 \quad (7.3)$$

Eine Pumpe kann nur in den Szenarien genutzt werden, wenn sie auch verbaut wurde:

$$x_p^s \leq y_p \quad (7.4)$$

Ein Rohr kann nur in den Szenarien genutzt werden, wenn es verbaut wurde:

$$x_{(i,j)}^s \leq y_{(i,j)} \quad (7.5)$$

In jedem Szenario muss mindestens ein Rohr genutzt werden, da der Volumenstrom von der Quelle zur Senke transportiert werden muss:

$$\sum_{(i,j) \in E} x_{(i,j)}^s \geq 1 \quad (7.6)$$

Operative Grenzen

Wird eine Pumpe genutzt, so muss der Volumenstrom, die Förderhöhe sowie die Druckhöhe vor und hinter der Pumpe annehmbar sein:

$$\begin{aligned} q_p^s &\geq Q^{min} \cdot x_p^s & q_p^s &\leq Q^{max} \cdot x_p^s \\ h_p^s &\geq H^{min} \cdot x_p^s & h_p^s &\leq H^{max} \cdot x_p^s \\ h_{*,p}^s &\geq H^{min} \cdot x_p^s & h_{*,p}^s &\leq H^{max} \cdot x_p^s \\ h_{p,*}^s &\geq H^{min} \cdot x_p^s & h_{p,*}^s &\leq H^{max} \cdot x_p^s \end{aligned} \quad (7.7)$$

Wird ein Rohr genutzt, so muss der Volumenstrom von diesem annehmbar sein:

$$q_{(i,j)}^s \geq Q^{min} \cdot x_{(i,j)}^s \quad q_{(i,j)}^s \leq Q^{max} \cdot x_{(i,j)}^s \quad (7.8)$$

Kontinuitäts-Gleichung

Der in das System einströmende muss dem ausströmenden Volumenstrom entsprechen:

$$Q_s = \sum_{(source,j) \in E} q_{(source,j)}^s \quad Q_s = \sum_{(i,sink) \in E} q_{(i,sink)}^s \quad (7.9)$$

Der in eine Pumpe einströmende muss dem ausströmenden Volumenstrom entsprechen:

$$q_p^s = \sum_{(p,j) \in E} q_{(p,j)}^s \quad q_p^s = \sum_{(i,p) \in E} q_{(i,p)}^s \quad (7.10)$$

Bernoulli-Gleichung

Die Förderhöhe einer Pumpe erhöht die Druckhöhe:

$$h_{*,p}^s + h_p^s = h_{p,*}^s \quad (7.11)$$

Quelle und Senke des Systems können verbunden sein, falls keine Druckerhöhung notwendig ist:

$$\begin{aligned} +(H_s^{source} - H_s^{sink}) &\leq H^{max} \cdot (1 - x_{source,sink}^s) \\ -(H_s^{source} - H_s^{sink}) &\leq H^{max} \cdot (1 - x_{source,sink}^s) \end{aligned} \quad (7.12)$$

Ist eine Pumpe mit der Quelle oder Senke verbunden, so überträgt sich die Druckhöhe durch das Verbindungsrohr:

$$\begin{aligned} +(H_s^{source} - h_{*,j}^s) &\leq H^{max} \cdot (1 - x_{source,j}^s) \\ -(H_s^{source} - h_{*,j}^s) &\leq H^{max} \cdot (1 - x_{source,j}^s) \\ +(h_{i,*}^s - H_s^{sink}) &\leq H^{max} \cdot (1 - x_{i,sink}^s) \\ -(h_{i,*}^s - H_s^{sink}) &\leq H^{max} \cdot (1 - x_{i,sink}^s) \end{aligned} \quad (7.13)$$

Sind zwei Pumpen untereinander verbunden, so überträgt sich die Druckhöhe durch das Verbindungsrohr:

$$\begin{aligned} +(h_{i,*}^s - h_{*,j}^s) &\leq H^{max} \cdot (1 - x_{i,j}^s) \\ -(h_{i,*}^s - h_{*,j}^s) &\leq H^{max} \cdot (1 - x_{i,j}^s) \end{aligned} \quad (7.14)$$

Pumpenkennlinien

Zusätzlich müssen die Betriebspunkte der Pumpen mit den jeweiligen Pumpenkennlinien übereinstimmen. Dies wird erreicht, indem eine ausreichend große Anzahl an Punkten $H(Q, n)$ und $P(Q, n)$ auf den Pumpenkennlinien erzeugt wird und die zugehörigen Variablen auf die durch diese Stützpunkte gebildete, linearisierte Kurve gezwungen werden. Aus Gründen der Übersichtlichkeit werden die zugehörigen Gleichungen hier nicht aufgeführt. Sie können jedoch [45] entnommen werden.

MIPs von DEA weisen eine strukturelle Besonderheit auf, da das Problem in zwei Teilprobleme, das Topologiefindungs- und das Aussteuerungsproblem, separiert werden kann. Wird nur das Aussteuerungsproblem betrachtet und das Topologiefindungsproblem vernachlässigt, so kann die Menge der Variablen in disjunkte Teilmengen unterteilt werden. Diese Teilmengen spiegeln jeweils ein Lastszenario wieder und beeinflussen sich untereinander nicht. Es ergeben sich, wie in Abbildung 7.2 (rechte Seite) gezeigt, voneinander getrennte Szenarien-Blöcke. Da jedoch in den jeweiligen Szenarien nur diejenigen Komponenten genutzt werden können, die auch resultierend aus der Kaufentscheidung verbaut wurden, sind die Szenarien-Blöcke, wie in Abbildung 7.2 dargestellt, nicht völlig voneinander getrennt. In diesem Zusammenhang spricht man auch von Erst- und Zweitstufen-Variablen. Bei den Kaufvariablen handelt es sich um Erststufen-Variablen. Diese sind in jedem Szenario gleich und verbinden die ansonsten unabhängigen Szenario-Variablen miteinander. Wohingegen es sich bei den Szenario-Variablen um Zweitstufenvariablen handelt. Diese sind nur innerhalb des jeweiligen Szenarios gültig und nicht von den Zweitstufenvariablen anderer Szenarien abhängig. Die Zweitstufenvariablen können in unterschiedlichen Szenarien unterschiedliche Werte annehmen, jedoch sind sie dabei von den Erststufenvariablen abhängig. Dies gilt allerdings nur, wenn stationäre oder zumindest quasi-stationäre Zustände vorliegen. Bei dynamischen Zuständen gibt es Abhängigkeiten zwischen den einzelnen Szenarien, da jedes Szenario beim Umschalten durch das vorherige Szenario beeinflusst wird und somit eine Pfadabhängigkeit vorliegt. Diese dynamischen Zustände treten im Allgemeinen auch bei DEA auf. Da die Übergangszeiten beim Wechsel zwischen Szenarien allerdings sehr kurz und die sich hieraus ergebenden Kosten im Vergleich zu den Gesamtkosten klein sind, wird von einem quasi-stationären Zustand und somit von unabhängigen Szenarien ausgegangen. [38, 41]

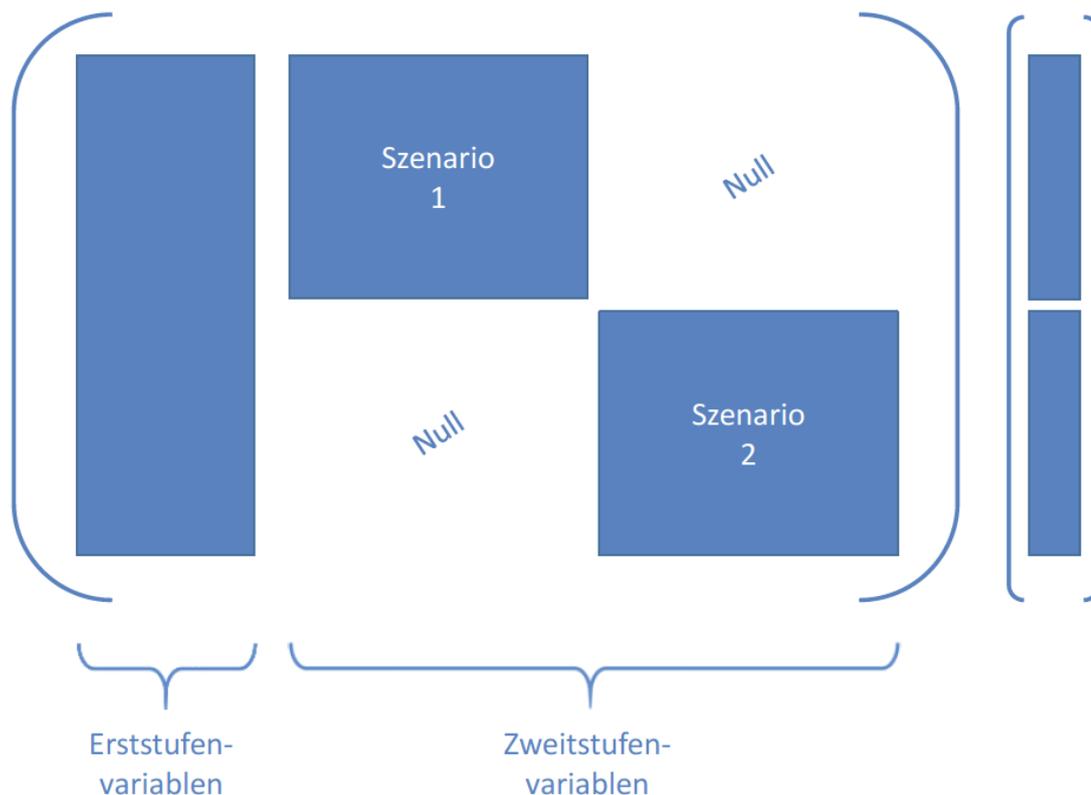


Abbildung 7.2: Schematische Darstellung der Problemstruktur [38]

7.3 Generierung von MIPs für Druckerhöhungsanlagen

In diesem Unterkapitel wird das in dieser Arbeit angewendete Vorgehen zur Generierung von MIPs erläutert. Zunächst wird dazu die verwendete Software vorgestellt.

7.3.1 TOR-Planer

Der TOR- oder auch Fluid-Planer der Firma „tesyo technologies“ ist eine neuartige Software zur Auslegung von Fluidsystemen, wie DEA. Zusätzlich zum klassischen Ansatz der Systemauslegung ist sie um Verfahren der mathematischen Optimierung erweitert (siehe Abbildung 7.3). Zunächst wird dabei das reale System in ein physikalisches Modell überführt. Dieses wird dann in ein mathematisches Modell übersetzt und mit mathematischen Optimierungsverfahren gelöst. Abschließend wird es wieder in umgekehrter Richtung zurückübersetzt. Ziel ist es durch eine ganzheitliche Systembeurteilung, unter Einbeziehung der Methoden des TOR, den Zeitaufwand der Planung und die Investitions- sowie Energiekosten des auszulegenden Systems zu senken. Dabei ist die Software intuitiv zu bedienen und bettet sich in das gewohnte Arbeitsumfeld des Ingenieurs oder Anlagenplaners ein. Die Software kann einerseits von bereits heute im Ingenieursumfeld etablierten Modellierungs-, Planungs- und Simulationsumgebungen angesteuert werden. Andererseits ist ihre eigene graphische Benutzeroberfläche und Bedienung so konzipiert, dass TOR einer Vielzahl von Nutzern, ohne spezielle Kennt-

nis der Methodik, zugänglich gemacht wird. Sie bietet bereits ein Set an auswählbaren Komponenten, für die bereits alle relevanten Informationen, wie Kennlinien oder Investitionskosten hinterlegt sind und kann einfach individuell um weitere Komponenten erweitert werden. Zudem wird die Möglichkeit gegeben verschiedene Lastszenarien zu hinterlegen, um das System auch bei schwankender Last optimal zu gestalten. Die Software begleitet den Anwender von Anfang an durch die nötigen Schritte, um die vier Fragen der TOR-Pyramide zu beantworten und so die Anforderungen an das System zu konkretisieren. Daraufhin wird das so beschriebene Metasystem entsprechend des ersten Handlungsschritts der TOR-Pyramide „TOR sucht das optimale System!“ ausgewertet. Im Anschluss wird der optimale Systementwurf für den Anwender visualisiert und dieser kann sich nach Bedarf die optimale Verschaltung sowie die Betriebsparameter für verschiedene Szenarien ausgeben lassen. Zusätzlich wird ihm die Möglichkeit geboten dieses System in alle gängigen Simulationsumgebungen zu exportieren und es dadurch gemäß Schritt 5 der TOR-Pyramide zu verifizieren. [22, 58, 59]

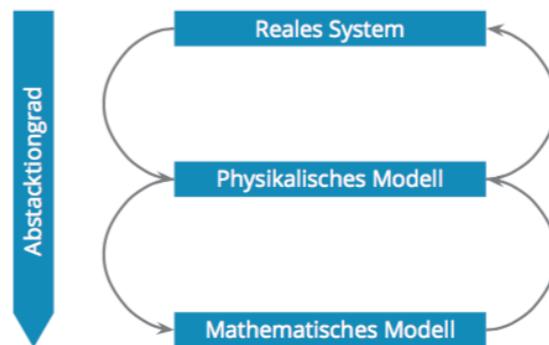


Abbildung 7.3: TOR-Planer - Schematischer Ablauf der Methodik [59]

Im Gegensatz zu anderer Software für die Planung von Fluidsystemen, ist der TOR-Planer individuell einsetzbar, da er nicht auf einen speziellen Anwendungsfall hin konzipiert ist. Vielmehr werden die Ergebnisse nicht über Faustregeln und anwendungsfallabhängige spezielle Zusammenhänge, sondern über die universell anwendbaren physikalisch-technischen Grundgleichungen berechnet. Somit ist es möglich mit dieser Software sowohl DEA für die Trinkwasserversorgung oder den Brandschutz, als auch Heizungssysteme zu optimieren. Diese Universalität und die strikte Orientierung an den physikalisch-technischen Grundlagen stellen derzeit ein Alleinstellungsmerkmal der Software dar. Zudem verfolgt der TOR-Planer einen anderen Ansatz als klassische Planungstools, indem die Methoden der mathematischen Optimierung als fester Bestandteil in die Software integriert sind und der TOR-Planer daher nach der Festlegung der Rahmenbedingungen selbstständig die Systemoptimierung übernimmt.

Das Vorgehen zur Modellierung eines Systems ist einfach. Zunächst wird aus der Toolbox am Seitenrand eine Quelle des Systems auf das Zeichenbrett gezogen. Durch Anklicken des Quellen-Symbols öffnet sich ein Fenster und es können die Parameter für verschiedene Szenarien mit unterschiedlichen Lastfällen und Zeitanteilen eingefügt werden. Die einstellbaren Parameter sind dabei der prozentuale, zeitliche Anteil der Gesamtzeit, zu dem das formulierte Szenario gilt, die minimale bzw. maximale Druckhöhe der Quelle in mWS (gleichbedeutend mit dem vorherrschenden Druck an der Quelle) und der minimale respektive maximale Förderstrom (mit negativem Vorzeichen), der angibt, wie groß der vom System zu fördernde Fluid-Volumenstrom, in m^3/h , sein soll (siehe Abbildung 7.4). Entsprechend dieser Vorgehensweise können mehrere Quellen und oder Szenarien eingefügt werden. Anschließend werden, je nach Bedarf, eine oder mehrere Senken auf das Zeichenbrett gezogen. Auch hier werden wiederum die Parameter wie beschrieben konkretisiert. Nachdem alle Quellen und Senken beschrieben wurden, können einzelne Standard- oder individuell eingefügte Komponenten aus der Toolbox ausgewählt und auf das Zeichenbrett gezogen werden. Diese können durch Verbindungen je nach Bedarf mit den Quellen und Senken verbunden werden. Anstatt die Komponenten direkt auf das Zeichenbrett zu ziehen, kann vorher ein so genannter „optionaler Block“, wie in Abbildung 7.5 gezeigt, ausgewählt und durch Ein- und Ausgänge mit den Quellen und Senken verbunden werden. Aus allen Komponenten, die sich dann in diesem Block befinden, wählt die Software automatisch die für ein optimales System benötigten Komponenten aus und verbindet diese automatisch miteinander. Dabei kann vorgegeben werden, ob dies nur parallel, seriell oder vollständig geschehen darf. Es ist zusätzlich möglich verschiedene Komponenten außerhalb des „optionalen Block“ zu positionieren. Diese stellen die Restriktion dar, dass die Komponenten in geforderter Weise im System vorhanden sein müssen. Nachdem das Spielfeld auf diese Weise definiert wurde, kann das System optimiert werden. Hier ist nach dem Klick auf die Optimierungs-Schaltfläche noch auswählbar auf welches Ziel hin optimiert werden soll. Mögliche Ziele sind die Minimierung der Anschaffungskosten für Komponenten, ein möglichst geringer Energieverbrauch oder eine Kombination aus beidem. Die Preise pro kWh Strom sowie der Nutzungszeitraum des Systems können nach eigenen Vorgaben berücksichtigt werden. Nach der Auswahl der Zielfunktion erzeugt der TOR-Planer ein, unter den Restriktionen des vorgegebenen Spielfelds, optimales System. In der nach der Optimierung präsentierten Darstellung zeigt der TOR-Planer an, welche Komponenten aus dem „optionalen Block“ in das System integriert werden und wie hoch der Anteil der Anschaffungs- und Energiekosten an den Gesamtkosten ist. Dies ist beispielhaft in Abbildung 7.6 dargestellt. Durch Auswahl der Reiter für die jeweiligen Szenarien können zudem die Betriebsparameter eingesehen werden, beispielsweise welche Pumpen im jeweiligen Szenario mit welcher Drehzahl betrieben werden. Abschließend ist es wie beschrieben möglich diese Ergebnisse in eine Simulationsumgebung zu exportieren, um sie zu validieren.

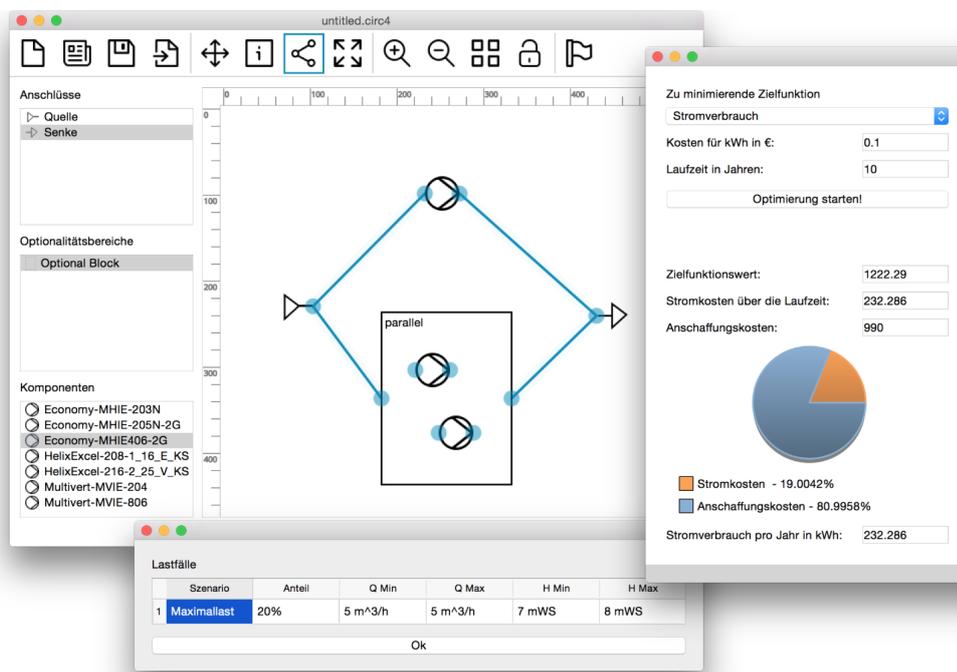


Abbildung 7.4: TOR-Planner - Übersicht des Funktionsumfangs [58]

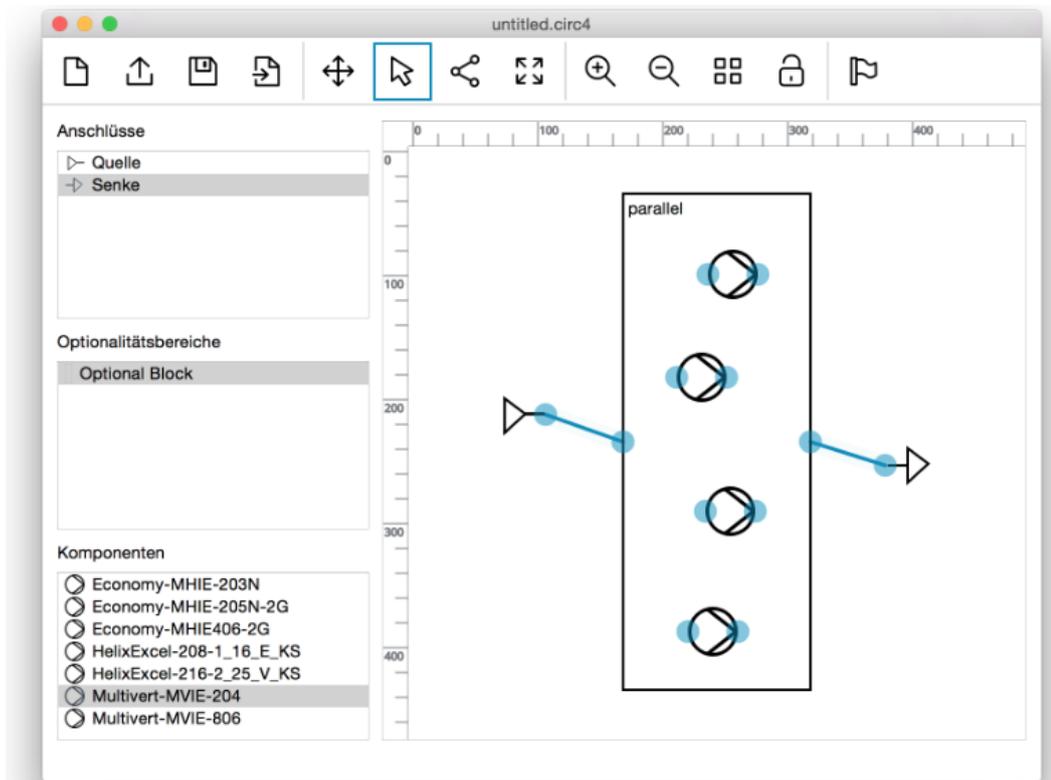


Abbildung 7.5: TOR-Planner - Modelliertes System mit Freiheitsgraden [58]

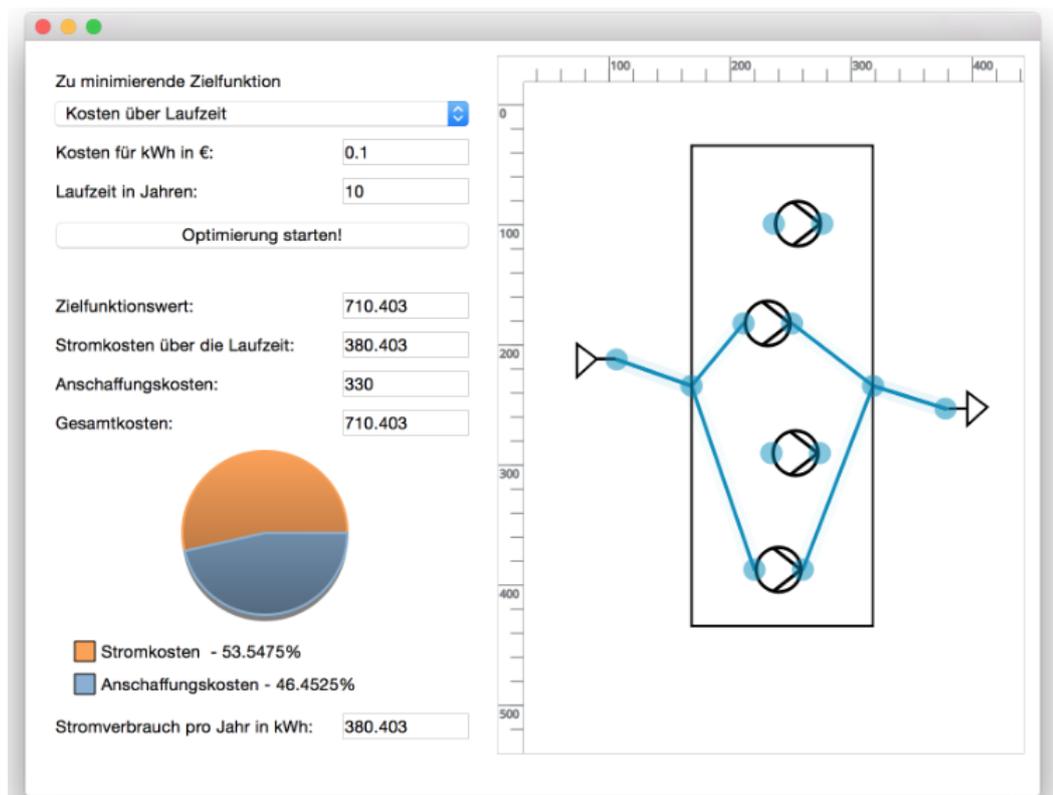


Abbildung 7.6: TOR-Planer - Optimiertes System [58]

7.3.2 Generierung und Änderung von MIPs

Die MIPs dieser Arbeit werden mit Hilfe des TOR-Planers erzeugt. Nachdem die Eigenschaften des zu erzeugenden Systems auf dem interaktiven Zeichenbrett des TOR-Planers spezifiziert wurden, erzeugt die Software zur Berechnung automatisch ein MIP. Dieses MIP wird im LP-Dateiformat zusammen mit einer XML-Datei temporär gespeichert und kann exportiert werden. Hierzu kann der Schritt der Berechnung deaktiviert werden, sodass das Programm nach der Generierung des MIPs endet. In der ebenfalls erzeugten XML-Datei ist zusätzlich die Zuordnung von Variablen zu Komponenten sowie deren Parameter gespeichert. Diese wird zur Rückübersetzung der Variablen genutzt.

Um die so generierten MIPs zu ändern und anzupassen wird das Programm „Extern-Solver“ als Schnittstelle genutzt. Dieses ermöglicht es u.a. die vom TOR-Planer erzeugten MIPs einzulesen und zu modifizieren. So können Zielfunktionen, Variablen und Nebenbedingungen hinzugefügt, verändert oder ersetzt werden. Das modifizierte MIP kann wiederum an den in dieser Arbeit genutzten Solver „IBM ILOG CPLEX Optimization Studio“, kurz „CPLEX“, übergeben und von diesem gelöst werden. Die Lösung wird daraufhin wieder an den Extern-Solver zurückgegeben und verarbeitet.

8 Simulated Annealing

In diesem Kapitel wird der Simulated Annealing (SA) Algorithmus vorgestellt. Dieser soll gute Lösungen für das Topologiefindungsproblem generieren. Hierzu wird zunächst ein Überblick zu Metaheuristiken und deren Unterklasse der Lokalen Suchen gegeben, woraufhin die Grundlagen des SA vorgestellt werden. Als Abschluss des Kapitels wird eine Implementierung des SA zur Generierung von gültigen Systemtopologien aufgezeigt.

8.1 Metaheuristiken und Lokale Suchen

Das Forschungsfeld der Metaheuristiken zur Lösung von kombinatorischen Optimierungsproblemen ist ein schnell wachsendes Gebiet und hat in den letzten beiden Jahrzehnten immer mehr an Bedeutung gewonnen. Metaheuristiken werden vor allem eingesetzt, um große und komplexe Probleme effektiv und effizient lösen zu können. Viele dieser Optimierungsprobleme sind NP -schwer. Die Laufzeit aller bekannten optimalitätsgarantierenden Algorithmen steigt daher exponentiell mit der Problemgröße. Die Probleme sind im Allgemeinen so groß, dass es nicht mehr vertretbar ist jede mögliche Lösung zu betrachten. Im Gegensatz zu exakten Methoden erlauben es Metaheuristiken große, komplexe Probleme in vertretbarer Zeit zu lösen. Dazu wird nach dem „trial-and-error“-Prinzip im Lösungsraum des Problems nach Lösungen gesucht. Allerdings gibt es keine Garantie, dass global optimale Lösungen gefunden werden. Dennoch werden Metaheuristiken oft verwendet, da sie nur mit geringen Anpassungen auf eine Vielzahl von Problemen anwendbar sind. Sie stellen somit allgemein anwendbare Verfahren dar. Demgegenüber stehen Heuristiken, die meist auf ein bestimmtes Problem hin zugeschnitten sind und spezielle Eigenschaften des Problems ausnutzen. [7, 23, 55, 57, 67]

Viele Metaheuristiken gehören zur Klasse der Lokalen Suchen. Bei diesen wird, ausgehend von einer vorgegebenen Startlösung, versucht den Suchraum (lokal) nach Verbesserungen zu durchsuchen. Bei der Klassifizierung der Lokalen Suchen sollte zwischen Lokalen Suchen im weiteren Sinne (i. w. S.), wie dem SA, und denen im engeren Sinne (i. e. S.) unterschieden werden. [7, 55, 57, 67]

Lokale Suchen i. e. S. suchen lokal bessere Lösungen. Eine gefundene Lösung wird nur akzeptiert, wenn sie besser als die Vorherige ist. Angenommen ein Lösungsraum S eines Problems P besteht aus einer endlichen Anzahl von Lösungen deren Kosten durch eine Funktion f berechnet werden können. Dabei soll eine Lösung s^* innerhalb des Lösungsraums gefunden werden, deren Kosten $f(s^*)$ ein globales Minimum bilden. In ihrer einfachsten Form starten lokale Suchverfahren mit einer, möglicherweise zufällig generierten, Startlösung. Ausgehend von dieser Startlösung werden daraufhin durch problemspezifische Verfahren gültige Nachbarlösungen generiert, deren Kosten über die

einheitliche Kostenfunktion f berechnet werden. Zusätzlich wird die Kostendifferenz δ zwischen vorheriger und neuer Lösung ermittelt. Sind die Kosten der vorherigen Lösung eines Minimierungsproblems größer als die Kosten der neuen Lösung ($\delta \leq 0$), so wird die vorherige Lösung durch die neue Lösung ersetzt. Kommt es zu keiner Reduktion der Kosten, so wird die vorherige Lösung beibehalten. Dies wird so oft wiederholt, bis keine Verbesserung mehr gefunden werden kann. Der hiermit erreichte Zustand stellt ein lokales Optimum dar. Das generelle Vorgehen ist in Algorithmus 8.1 dargestellt. [7, 55, 57, 67]

Algorithmus 8.1 Einfache Lokale Suche

```

1: Generate initial solution  $s_0 \in S$ 
2:  $s \leftarrow s_0$ 
3: repeat
4:   Generate state  $s_{new} \in Neighborhood(s)$ 
5:    $\delta \leftarrow f(s_{new}) - f(s)$ 
6:   if  $\delta \leq 0$  then
7:      $s \leftarrow s_{new}$ 
8:   end if
9: until  $f(s_{new}) \geq f(s) \forall s_{new} \in Neighborhood(s)$ 

```

Trotz der Einfachheit und Schnelligkeit der Lokalen Suchen i. e. S. haben diese einen gravierenden Nachteil. Beim Erreichen eines lokalen Optimums sind die Lokalen Suchen darin gefangen, da jede Lösung der Nachbarschaft zu einer Verschlechterung des Zielfunktionswertes führen würde und somit nicht akzeptiert wird. Das gefundene lokale Optimum ist jedoch möglicherweise weit von dem globalen Optimum entfernt. In Abbildung 8.1 würde vom Startpunkt c_0 aus nach n Iterationen ein lokales Minimum im Punkt c_n erreicht. Das globale Minimum c^* kann jedoch niemals erreicht werden, da der Schritt zu c'_n zu einer Verschlechterung der Kosten führen würde und somit nicht akzeptiert wird. Dies wird bei Lokalen Suchen i. w. S. verhindert. Lokale Suchen i. w. S., verfolgen dabei eine Strategie, die gelegentlich auch Nachbarschaftslösungen mit höheren Kosten, sogenannte Up-Hill-Moves, akzeptiert, um nicht in lokalen Optima gefangen zu sein. Generell muss daher bei der Lösungssuche zwischen zwei konkurrierenden Kriterien abgewogen werden. Diese sind die Erkundung des Suchraums (Diversifizierung) und die Erkundung der Region der besten gefundenen Lösung (Intensivierung). Bei der Intensivierung werden vielversprechende Regionen des Suchraums genauer betrachtet. Vielversprechend sind dabei Regionen in denen bereits gute Lösungen gefunden wurden. Bei der Diversifizierung werden bisher nicht erkundete Regionen des Suchraums untersucht, um zu gewährleisten, dass nicht nur einige wenige Regionen durchsucht werden. [7, 55, 57, 67]

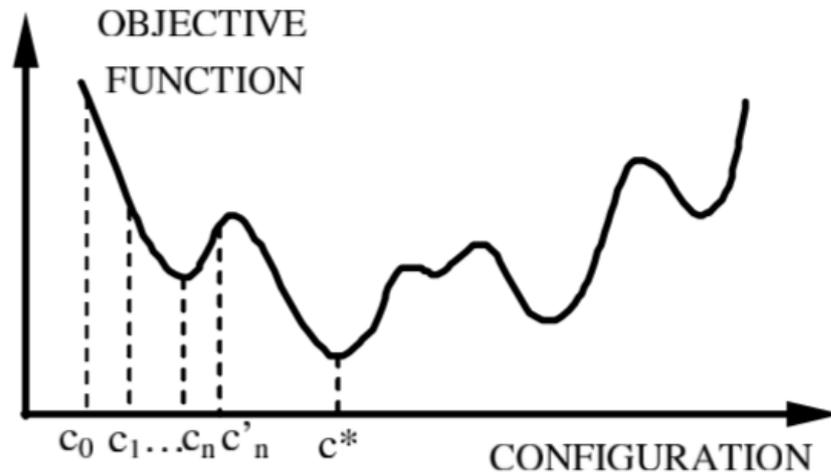


Abbildung 8.1: Zielfunktionswert in Abhängigkeit der Konfiguration [21]

8.2 Grundlagen und Standardalgorithmus

Simulated Annealing (SA, „simulierte Abkühlung“) zählt zu den ältesten Metaheuristiken. Aufgrund der Eigenschaft, als Metaheuristik, nicht an bestimmte Problemfelder gebunden zu sein, ist das Einsatzgebiet weit gefächert. Es reicht von der Bildbearbeitung und Computerdesign über Chemie und Molekularbiologie bis hin zur Fertigungsplanung. Als Grundstein gelten die Arbeiten von Kirkpatrick et al [32] und Cerny [12] aus den Jahren 1983 bzw. 1985. Sie zeigten darin auf, wie man ein von Metropolis et al [43] vorgeschlagenes Modell zur Simulation des physikalischen Abkühlprozesses von Festkörpern auf Optimierungsprobleme übertragen kann. Hierzu zogen sie Parallelen zwischen der zu minimierenden Zielfunktionen in Optimierungsproblemen und den im Modell verwendeten Energiezuständen im abkühlenden Festkörper. Der SA Algorithmus gehört aufgrund dieser Analogie zur Klasse der naturanalogen Metaheuristiken, die durch in der Natur vorkommende Prozesse inspiriert sind. [7, 21, 23, 55]

Wie bereits angesprochen, entstammt die Grundidee des SA aus einer Analogie zur physikalischen Abkühlung von Festkörpern. Die physikalische Abkühlung umschließt dabei den Prozess der Rekombination von Atomen zu einem Zustand niedriger Energie beim Aufschmelzen und anschließenden langsamen Abkühlen eines Festkörpers. Dieser Prozess findet beispielsweise bei der Herstellung von Kristallen aus einem aufgeschmolzenen Zustand statt. Im aufgeschmolzenen, flüssigen Zustand sind die Partikel zufällig verteilt, wohingegen im festen Zustand eine bestimmte Struktur, die Grundstruktur, vorherrscht. Dies ist im gegebenen Beispiel die Struktur eines idealen Kristalls. Erfolgt die Abkühlung jedoch zu schnell, so wird der Grundzustand nicht erreicht. Es resultiert eine eingefrorene, metastabile Struktur, ein lokales Energieoptimum. Dies kann bei Gläsern oder Kristallen mit Strukturdefekten beobachtet werden. Schematisch wird dies in Abbildung 8.2 verdeutlicht. [7, 21, 23, 32, 55]

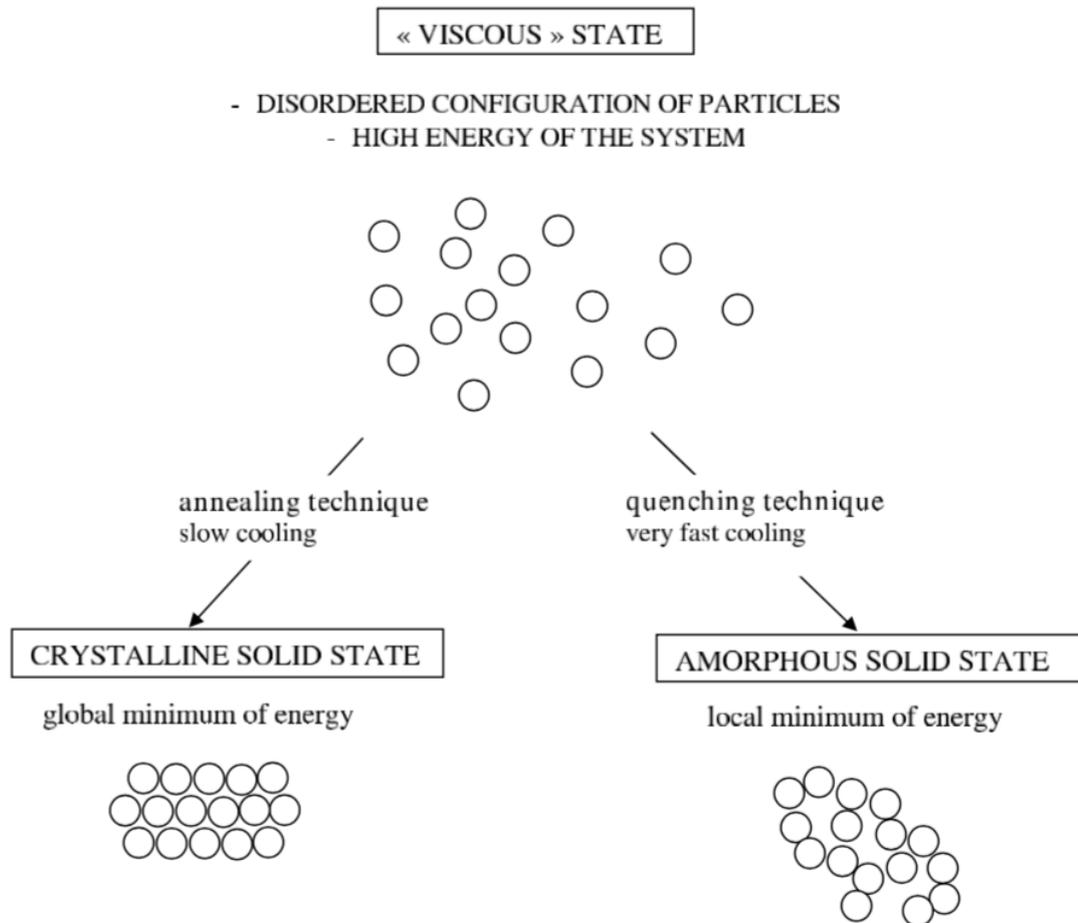


Abbildung 8.2: Schematische Darstellung der Abkühlung von Festkörpern [21]

Der Prozess besteht somit grundsätzlich aus zwei Schritten:

- Erhöhung der Temperatur bis zu einem festgelegten Schwellenwert, bei dem der Festkörper zu schmelzen beginnt
- Langsame Abkühlung der Temperatur bis die Partikel sich im Grundzustand anordnen

Der Prozess der physikalischen Abkühlung konnte in der Vergangenheit erfolgreich als Monte Carlo Simulation modelliert werden. Bereits in den 1950er Jahren veröffentlichten Metropolis et al [43] einen einfachen Algorithmus zur Simulation von Atomkonfigurationen bei bestimmten Temperaturen. Bei jeder Iteration wird ein Atom um eine kleine, zufällige Distanz verschoben und die daraus resultierende Differenz des Energiezustands δ im System berechnet. Falls $\delta \leq 0$, so wird die Änderung akzeptiert, falls $\delta > 0$, wird die Änderung mit einer Wahrscheinlichkeit von $e^{-\delta/k_b \cdot T}$ akzeptiert, wobei T die Temperatur und k_b die physikalische Boltzmannkonstante darstellt. Bei einer genügend großen Anzahl an Iterationen auf einem Temperaturniveau befindet

sich das System jeweils im thermodynamischen Gleichgewicht für diese Temperatur. Anschließend wird die Temperatur herabgesetzt und der Vorgang wiederholt, bis die Temperatur so niedrig ist, dass ein eingefrorenes System vorliegt. Dies ist schematisch im Flussdiagramm aus Abbildung 8.3 verdeutlicht. [1, 7, 23, 32]

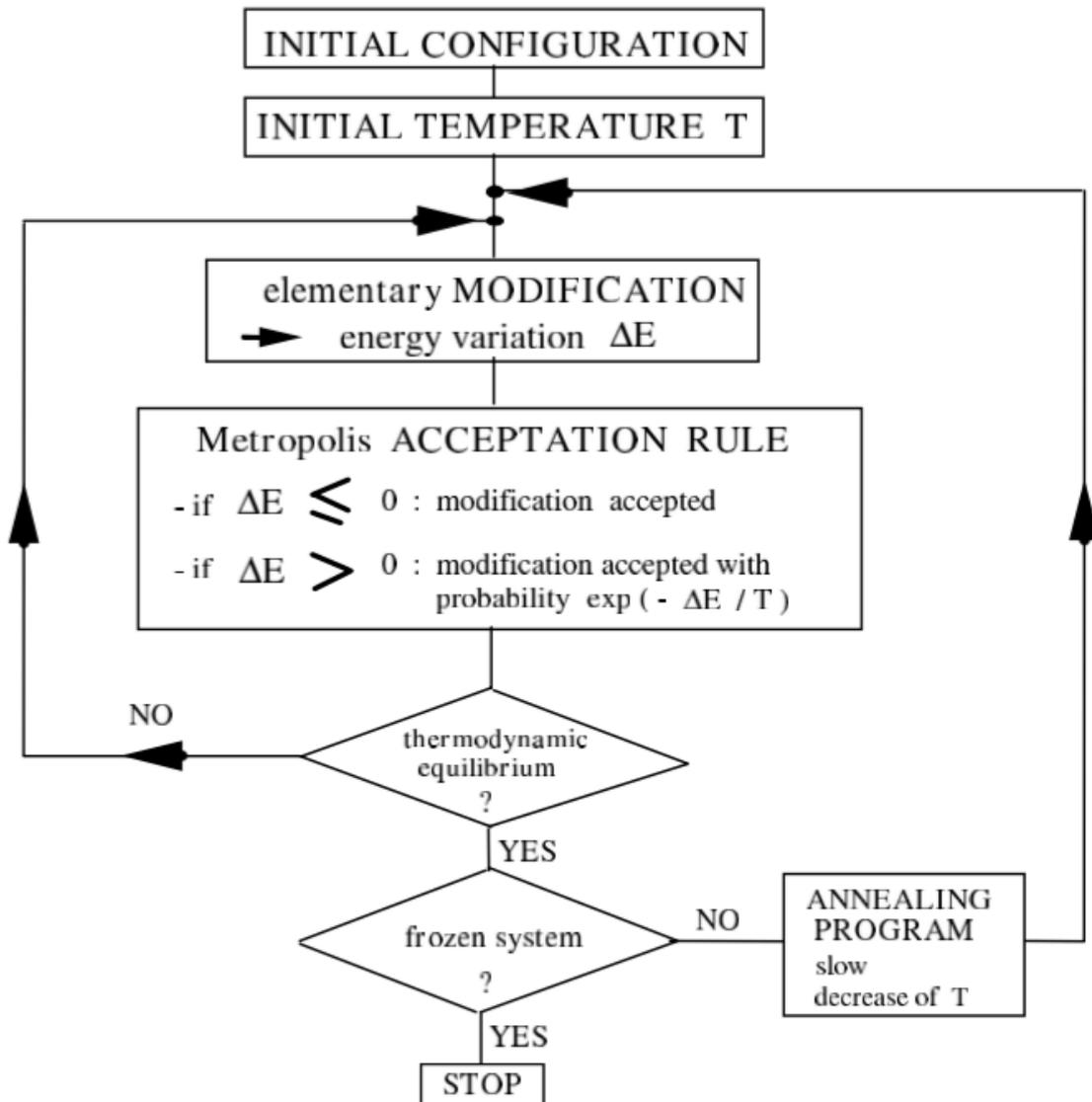


Abbildung 8.3: Flussdiagramm Simulated Annealing [21]

Bezogen auf den SA kann der Metropolis-Algorithmus dazu genutzt werden, um ein kombinatorisches Optimierungsproblem zu lösen, indem die folgenden beiden Analogien gebildet werden:

- Lösungen des Optimierungsproblems entsprechen der Partikelanordnung im physikalischen System.
- Der Zielfunktionswert einer Lösung entspricht dem Energiezustand im physikalischen System.

Zusätzlich wird ein Kontrollparameter T benötigt, der der Temperatur im physikalischen System nachempfunden ist. So gesehen handelt es sich beim SA um die Iteration des Metropolis-Algorithmus bei fallendem Wert des Kontrollparameters T . [1, 7, 23, 32]

Nun sei (S, f) die Instanz eines kombinatorischen Minimierungsproblems mit der zugehörigen Nachbarschaftsfunktion *Neighborhood*. Das Vorgehen zur Lösung dieses Problems ist in Algorithmus 8.2 im Pseudo-Code dargestellt. Das Vorgehen kann einfach auf ein Maximierungsproblem übertragen werden und wird daher nicht gesondert erläutert. Zunächst wird eine Startlösung $s_0 \in S$ generiert, deren Kosten $f(s_0)$ berechnet und als aktuelle Lösung s übernommen. Im darauffolgenden Schritt wird das System analog zum physikalischen System „aufgeschmolzen“, also der Kontrollparameter T auf dessen Startwert T_0 gesetzt. Zusätzlich werden zwei Parameter t und n eingeführt und mit 0 initialisiert. t gibt an wie viele Zyklen des Kontrollparameters T bisher durchlaufen wurden. n gibt an wie viele Iterationen innerhalb eines Zyklus des Kontrollparameters T bisher erfolgt sind. Nun beginnt die erste Iteration des Metropolis-Algorithmus. Die aktuelle Lösung s wird mit Hilfe der Nachbarschaftsfunktion *Neighborhood* zufällig in einer Eigenschaft verändert und so eine neue Lösung s_{new} gebildet. Dies kann u.a. erfolgen, indem der Wert einer Variable der Lösung verändert wird. Wie dies erfolgen kann, ist problemspezifisch zu ermitteln. Für die neue Lösung s_{new} werden die Kosten $f(s_{new})$ sowie die Differenz der Kosten aus neuer und vorheriger Lösung δ berechnet. Ist $\delta \leq 0$, sind also die Kosten von s_{new} geringer als die von s , so wird diese Lösung akzeptiert und als aktuelle Lösung übernommen. Ist jedoch $\delta > 0$, also die Kosten von s_{new} höher als die von s , so wird sie mit der Wahrscheinlichkeit $e^{-\delta/T}$ akzeptiert. Diese Funktion wird auch als Akzeptanzwahrscheinlichkeitsfunktion bezeichnet. Zur Realisierung kann eine Zufallszahl $random[0, 1)$ aus dem Intervall $[0, 1)$ gezogen und mit der Akzeptanzwahrscheinlichkeit verglichen werden. Ist nun $e^{-\delta/T} \geq random[0, 1)$, so wird s_{new} zur neuen aktuellen Lösung s , obwohl sie höhere Kosten aufweist. Gilt $e^{-\delta/T} < random[0, 1)$, so bleibt s die aktuelle Lösung und s_{new} wird nicht akzeptiert. Im darauffolgenden Schritt wird n um 1 erhöht. Falls $n < n_{max}$ gilt, wird der Metropolis-Algorithmus bei gleichem T erneut durchlaufen. Wurden bereits n_{max} viele Iterationen beim aktuellen Kontrollparameterwert T durchlaufen, ist also in der physikalischen Analogie ein thermodynamisches Gleichgewicht der aktuellen Temperatur gefunden, so wird t um 1 erhöht und der Kontrollparameter T gemäß der Abkühlfunktion $T(t)$ erniedrigt. Für die Ausgestaltung der Abkühlfunktion gibt es mehrere Ansätze. Der am weitesten verbreitete Ansatz ist die exponentielle Abkühlung $T(t) = T_0 \cdot \alpha^t$. α ist dabei eine Konstante mit $0 \leq \alpha \leq 1$ und t die Anzahl der bisher durchlaufenen Temperaturen. Jedoch ist auch jede andere Funktion die streng monoton fallend gegen 0 konvergiert denkbar. Der Metropolis-Algorithmus wird solange wiederholt, bis ein zuvor definiertes Abbruch-Kriterium erfüllt ist. Ein mögliches und in der Literatur weit verbreitetes

Abbruch-Kriterium ist ein Schwellenwert des Kontrollparameters T , ab dem in der Analogie von einem „eingefrorenen System“ ausgegangen wird. [1, 7, 23, 32]

Algorithmus 8.2 Standard Simulated Annealing

```

1: Generate initial solution  $s_0 \in S$ 
2:  $s \leftarrow s_0$ 
3: Set starting temperature  $T_0 > 0$ 
4:  $T \leftarrow T_0$ 
5: Set temperature counter  $t \leftarrow 0$ 
6: repeat
7:   Set repetition counter  $n \leftarrow 0$ 
8:   repeat
9:     Generate state  $s_{new} \in Neighborhood(s)$ 
10:     $\delta \leftarrow f(s_{new}) - f(s)$ 
11:    if  $\delta \leq 0$  then
12:       $s \leftarrow s_{new}$ 
13:    else if  $random[0, 1] \leq exp(-\delta/T)$  then
14:       $s \leftarrow s_{new}$ 
15:    end if
16:     $n \leftarrow n + 1$ 
17:  until  $n = n_{max}$ 
18:   $t \leftarrow t + 1$ 
19:   $T \leftarrow T(t)$ 
20: until stopping condition

```

Die Starttemperatur, die Rate der Temperaturabsenkung, die Anzahl der Iterationen je Temperatur und das Kriterium zur Begrenzung der Laufzeit werden als „Cooling Schedule“ bezeichnet. Die Wahl des richtigen Cooling Schedules ist eine der Hauptaufgaben bei der Anpassung des SA auf ein bestimmtes Problem. Hierzu sollten verschiedene Schedules getestet werden, um die Parameter an das Problem anzupassen. Bei einer vorteilhaften Wahl der Parameter konvergiert der SA Algorithmus asymptotisch zum globalen Optimum. Mathematisch lässt sich dies durch Markov-Ketten modellieren. In diesem Zusammenhang wird das SA als Prozess angesehen, bei dem eine Folge von Markov-Ketten, je eine je Temperaturzyklus, erzeugt wird. Dabei kann gezeigt werden, dass die resultierenden Markov-Ketten zeitunabhängig bzw. homogen sind. Mit Hilfe der Theorie von Markov-Ketten kann so bewiesen werden, dass unter der Bedingung einer stark zusammenhängenden Nachbarschaft ein globales Optimum mit einer Wahrscheinlichkeit von 1 gefunden wird, wenn unendlich viele Nachbarschaftslösungen erzeugt werden. Eine stark zusammenhängende Nachbarschaft liegt genau dann vor, wenn die Übergangswahrscheinlichkeit $P(i, j)$ zwischen zwei Lösungen $i, j \in S$ ungleich 0 ist. Eine unendliche Anzahl an Iteration ist jedoch nicht praktikabel. Dennoch können durch die geschickte Ausgestaltung des Cooling Schedules gute Lösungen in einer akzeptablen Zeit erzeugt werden. [1]

8.3 Implementierung

In dieser Arbeit wird der SA Algorithmus genutzt, um das Teilproblem der Systemtopologiefindung zu lösen. Bei der Topologiefindung werden dabei nur Systeme mit serien-paralleler Struktur berücksichtigt. Dies resultiert daraus, dass diese vergleichsweise einfach zu erzeugen sind und außer in Ausnahmefällen im Betrieb meist serien-parallele Netzwerke genutzt werden.

Wurde eine Topologie gefunden, so werden die binären Kaufvariablen im MIP entsprechend fixiert. Somit wird aus dem vollständigen Graphen ein Teilgraph ausgewählt, der die Systemtopologie repräsentiert. Im anschließenden Schritt wird das Aussteuerungsproblem gelöst. Dabei wird aus diesem Teilgraphen wiederum für jedes Lastszenario ein Teilgraph ausgewählt, der die im Lastszenario aktiven Komponenten repräsentiert. Das Aussteuerungsproblem wird im Regelfall, abhängig von der mittels SA getroffenen Systemtopologie, exakt durch den Solver CPLEX gelöst. Es kommt jedoch vor, dass die Berechnung des vollständigen Aussteuerungsproblems nicht in vertretbarer Zeit möglich ist. Dies tritt auf, wenn der ausgewählte Teilgraph sehr groß ist. Hierbei werden die Nutzungsvariablen nicht stark genug eingeschränkt, da viele Komponenten in der gewählten Topologie zur Aussteuerung verwendet werden dürfen. In diesem Fall wird die optimale Aussteuerung für jedes Szenario einzeln durch CPLEX bestimmt. Für jedes Lastszenario gilt jedoch die Restriktion, dass ausschließlich die verbauten Komponenten genutzt werden können. Die Kosten der Lösung ergeben sich so aus der Summe der Energiekosten der Szenarien sowie den Anschaffungskosten aus der gefundenen Topologie. Dieses alternative Vorgehen wird in dieser Arbeit verwendet, wenn fünf oder mehr Pumpen verbaut werden.

In den folgenden Unterkapiteln werden weitere Verbesserungen des Standard SA sowie die problemspezifischen Anpassungen vorgestellt. Ergänzend dazu ist der implementierte SA in Algorithmus 8.3 dargestellt.

8.3.1 Nachbarschaftsfunktion

Den Kern des SA bildet dessen (problemspezifische) Nachbarschaftsfunktion. Mit Hilfe dieser Funktion kann systematisch von einer zur nächsten Lösung im Suchraum vangeschritten werden. Es werden dabei Lösungen gebildet, die im Suchraum „nahe“ der aktuellen Lösung liegen, indem die aktuelle Lösung leicht abgeändert wird. Formal bestimmt die Nachbarschaftsfunktion für jede Lösung $s \in S$ eines Optimierungsproblems eine Menge $N(s) \subseteq S$. Die Menge $N(s)$ wird Nachbarschaft von s genannt. Die Kardinalität der Menge $|N(s)|$ heißt Größe von $N(s)$. Des Weiteren ist s' Nachbar von s wenn $s' \in N(s)$ gilt. Falls zudem $s \in N(s')$ gilt, heißt die Nachbarschaft symmetrisch. [20, 44]

Von der Startlösung aus beginnt der SA von Nachbarschaft zu Nachbarschaft zu wandern. Dieser Vorgang kann auch als Weg durch einen Nachbarschaftsgraphen beschrieben werden. Dieser Graph ist ein gerichteter, kantengewichteter Graph $G = (V, E)$. Ein Knoten $v \in V$ repräsentiert dabei eine Lösung $s \in S$ und deren Gewicht die zur Lösung s gehörenden Kosten $f(s)$. Für jede Kante $(i, j) \in E$ gilt $j \in N(i)$. Wenn $j \notin N(i)$, so gibt es auch keine Kante $(i, j) \in E$. Handelt es sich um eine symmetrische Nachbarschaftsfunktion, so kann der gerichtete zu einem ungerichteten Graphen vereinfacht werden. [20, 44]

Eine Lösung j ist von Lösung i aus erreichbar, wenn es im Nachbarschaftsgraphen G einen Weg von i nach j gibt. Somit existiert eine Folge von Lösungen s_1, s_2, \dots, s_k mit $k \geq 1$, so dass $s_1 = i$, $s_k = j$, und $s_{l+1} \in N(s_l)$ mit $1 \leq l < k$ gilt. Gilt für alle Paare $i, j \in S$, dass j von i aus erreichbar ist, so ist der Nachbarschaftsgraph G stark zusammenhängend. Liegt stattdessen nur ein Weg zwischen jeder Lösung i und der optimalen Lösung s^* vor, so handelt es sich um einen schwach optimal zusammenhängenden Nachbarschaftsgraphen. [20, 44]

Die Nachbarschaftsfunktion für das Topologiefindungsproblem besteht aus vier einzelnen Nachbarschaften, die zu einer Nachbarschaft zusammengefügt werden.

Ersetzen von Komponenten

Aus den im Netzwerk verbauten Pumpen wird zufällig eine Pumpe p_i und aus den nicht verbauten Pumpen ebenfalls zufällig eine Pumpe p_j gezogen. Daraufhin wird p_i durch p_j ersetzt, sodass p_j die Position von p_i einnimmt und p_i aus dem Netzwerk entfernt wird. Die Vorgänger und Nachfolger von p_i werden zu den Vorgängern und Nachfolgern von p_j . Diese Nachbarschaft kann nur gebildet werden, wenn mindestens eine Pumpe nicht verbaut wurde und das Netzwerk aus mindestens einer Pumpe besteht. Die so erzeugte Nachbarschaft heißt $N_{Ersetzen}$.

Austausch von Komponenten

Aus den im Netzwerk verbauten Pumpen werden zufällig zwei Pumpen p_i und p_j gezogen, wobei $i \neq j$. Daraufhin nimmt p_i die Position von p_j ein und vice versa. Die Vorgänger und Nachfolger von p_i werden zu den Vorgängern und Nachfolgern von p_j und die Vorgänger und Nachfolger von p_j werden zu den Vorgängern und Nachfolgern von p_i . Diese Nachbarschaft kann nur gebildet werden, wenn das Netzwerk aus mindestens zwei Pumpen besteht. Die so erzeugte Nachbarschaft heißt $N_{Tauschen}$.

Hinzufügen von Komponenten

Aus den im Netzwerk nicht verbauten Pumpen wird zufällig eine Pumpe p_i gezogen und in das Netzwerk aufgenommen. Anschließend wird wiederum zufällig bestimmt, ob die Pumpe seriell oder parallel verschaltet werden soll.

Wird p_i seriell verschaltet, so wird zufällig entweder eine verbaute Pumpe, die Quelle oder die Senke ausgewählt.

- Wurde die Quelle s gezogen, so wird s Vorgänger von p_i und die bisherigen Nachfolger von s werden zu den Nachfolgern von p_i .
- Wurde die Senke t gezogen, so wird t Nachfolger von p_i und die bisherigen Vorgänger von t werden zu den Vorgängern von p_i .
- Wurde eine Pumpe p_j gezogen, so wird zufällig bestimmt, ob diese Vorgänger oder Nachfolger von p_i wird und die bisherigen Nachfolger bzw. Vorgänger von p_j werden Nachfolger bzw. Vorgänger von p_i .

Wird p_i parallel verschaltet, so wird zufällig eine verbaute Pumpe p_j gezogen. Alle Vorgänger von p_j werden auch zu Vorgängern von p_i und alle Nachfolger von p_j werden auch zu Nachfolgern von p_i .

Diese Nachbarschaft kann nur gebildet werden, wenn mindestens eine Pumpe nicht verbaut wurde und im Falle des parallelen Hinzufügens das Netzwerk aus mindestens einer Pumpe besteht. Die so erzeugte Nachbarschaft heißt $N_{Hinzufügen}$.

Entfernen von Komponenten

Aus den im Netzwerk verbauten Pumpen wird zufällig eine Pumpe p_i gezogen. Daraufhin wird diese Pumpe aus dem Netzwerk gelöscht. Dabei können drei verschiedenen Szenarien bzgl. der Vorgänger und Nachfolger von p_i auftreten:

- Hat ein Vorgänger p_v von p_i nur p_i als Nachfolger, so wird aus den Nachfolgern von p_i zufällig ein Nachfolger p_n gezogen, welcher neuer Nachfolger von p_v wird. Dies ist notwendig, um die Flusserhaltung zu gewährleisten.
- Hat ein Nachfolger p_n von p_i nur p_i als Vorgänger, so wird aus den Vorgängern von p_i zufällig ein Vorgänger p_v gezogen, welcher neuer Vorgänger von p_n wird. Dies ist notwendig, um die Flusserhaltung zu gewährleisten.
- Hat ein Vorgänger p_v oder ein Nachfolger p_n außer p_i noch weitere Nachfolger bzw. Vorgänger, so wird die Verbindung zwischen p_v und p_i bzw. p_i und p_n ersatzlos gelöscht.

Diese Nachbarschaft kann nur gebildet werden, wenn das Netzwerk aus mindestens einer Pumpe besteht. Die so erzeugte Nachbarschaft heißt $N_{Entfernen}$.

Für die Nachbarschaft N gilt somit:

$$N = N_{Ersetzen} \cup N_{Tauschen} \cup N_{Hinzufügen} \cup N_{Entfernen} \quad (8.1)$$

Mit N liegt eine symmetrische Nachbarschaft vor. Falls die gültigen Lösungen auf serien-parallele Systeme beschränkt sind, handelt es sich zudem um eine stark zusammenhängende Nachbarschaft.

8.3.2 Generierung der Startlösung

Zur Generierung der Startlösung wird eine einfache Heuristik genutzt, welche sich der Hinzufügen-Nachbarschaft bedient, um eine gültige Netzwerkkonfiguration aufzubauen. Zunächst wird ein minimales Netzwerk aus Quelle und Senke betrachtet. Ist dies bereits eine gültige Lösung, so wird diese als Startlösung übernommen. Handelt es sich um keine gültige Lösung, so wird gemäß $N_{Hinzufügen}$ eine Pumpe aus der Menge der bisher nicht verbauten Pumpen gezogen und an einer zufälligen Position seriell oder parallel hinzugefügt. Wiederum gilt die Restriktion, dass eine parallele Verschaltung nur möglich ist, wenn im Netzwerk mindestens eine Pumpe verbaut wurde. Sollten alle Pumpen verbaut sein und ist noch keine gültige Lösung gefunden, so wird das Netzwerk komplett gelöscht und erneut mit einem minimalen Netzwerk aus Quelle und Senke begonnen. Da die Auswahl und Art der Verschaltung der Pumpen zufällig erfolgt und mit $N_{Hinzufügen}$ so alle möglichen serien-parallelen Netzwerke erzeugt werden können, findet die Heuristik bei unendlicher Laufzeit mit der Wahrscheinlichkeit 1 eine gültiges System. Voraussetzung hierfür ist es jedoch, dass ein gültiges s.-p. System existiert.

8.3.3 Cooling Schedule

Der Cooling Schedule umfasst wie beschrieben die Rate der Temperaturabsenkung, die Starttemperatur, die Anzahl der Iterationen je Temperaturstufe und das Kriterium zur Begrenzung der Laufzeit. Diese sind je nach spezifischem Problem experimentell zu ermitteln und werden im Folgenden erläutert.

Rate der Temperaturabsenkung

In dieser Arbeit wird die in der Literatur weit verbreitete exponentielle Abkühlfunktion $T(t) = T_0 \cdot \alpha^t$ genutzt. T_0 ist die Starttemperatur und t gibt an wie viele Temperaturabsenkungen bereits durchlaufen wurden. Der Parameter α ist ein Wert zwischen 0 und 1 und beeinflusst die Steigung der Abkühlungsfunktion. In dieser Arbeit zeigte sich ein Wert von $\alpha = 0,9$ als besonders geeignet, um ein Gleichgewicht aus Laufzeit und Erkundung des Suchraums zu gewährleisten.

Starttemperatur und Boltzmannkonstante

Die Starttemperatur T_0 wird auf den Wert $T_0 = 1000$ gesetzt. Zusätzlich wird die Boltzmannkonstante k_B genutzt, um den Algorithmus an das Problem anzupassen, da das Produkt aus Temperatur und Boltzmannkonstante, als Bestandteil der Akzeptanzfunktion, neben der Kostendifferenz δ , die Akzeptanz von Lösungen maßgeblich beeinflusst. Um unabhängig von der Startlösung alle Lösungen des Suchraums erreichen zu können, muss sichergestellt sein, dass jede Lösung mit einer Wahrscheinlichkeit $P \neq 0$ erreicht werden kann. Daher muss $T \cdot k_b$ zu Beginn des Algorithmus so groß sein, dass diese Bedingung erfüllt ist und eine ausreichende Diversifizierung erfolgen kann. Jedoch darf das Produkt gegen Ende des Algorithmus nicht zu groß sein, um eine ausreichende Intensivierung zu gewährleisten. Die Anpassung der Boltzmannkonstante hat dabei den Vorteil eine genügend hohe Akzeptanz sicherzustellen, ohne die Starttemperatur erhöhen und die Abkühlungsfunktion anpassen zu müssen. Beim vorliegenden Problem, speziell im Hinblick auf die Größenordnung der auftretenden Kosten, erwies sich eine Boltzmannkonstante von $k_b = 10$ in Kombination mit der Starttemperatur $T_0 = 1000$ als besonders geeignet, um sowohl eine ausreichende Diversifizierung als auch Intensivierung sicherzustellen.

Iterationen je Temperaturstufe

Um ein Gleichgewicht auf jedem Temperaturniveau zu gewährleisten werden pro Temperaturniveau 100 Iterationen durchgeführt und demnach 100 Nachbarschaften besucht. Dies zeigte sich beim vorliegenden Problem als ausreichend, um den Suchraum genügend zu erkunden. Bei niedrigeren Werten verkleinert sich der von der Startlösung aus erreichbare Suchraum zu sehr und bei höheren Werten beginnt der Algorithmus zu kreiseln, also immer wieder dieselben Nachbarschaften zu überprüfen. Dies würde die Laufzeit unnötig verlängern.

Abbruchkriterium

Als Abbruchkriterium wird ein Schwellenwert der Temperatur T von $T_{Stop} = 1$ gewählt. Sobald die Temperatur unter diesen Schwellenwert sinkt, wird der Algorithmus beendet. Die Temperatur ist in Kombination mit der Boltzmannkonstante k_B und Abkühlfunktion $T(t)$ so niedrig gewählt, dass zum Ende des Algorithmus beinahe ausschließlich Verbesserungen der Kosten akzeptiert werden und so eine ausreichende Intensivierung sichergestellt ist.

8.3.4 Speichern der besten Lösung

Zusätzlich zum Standard-Vorgehen des SA wurde dieses erweitert, indem die bisher beste gefundene Lösung s_{best} gespeichert wird. Der Standard-Algorithmus gibt hingegen nur die aktuelle Lösung s zurück. Diese muss nicht zwangsläufig mit der besten gefundenen Lösung übereinstimmen. Dies tritt u.a. auf, wenn der Algorithmus bei hohem

Kontrollparameter T die Lösung s_{best} findet, diese jedoch aufgrund der noch hohen Akzeptanzwahrscheinlichkeit wieder verlässt, um den Suchraum weiter zu erkunden. Hierbei kann es vorkommen, dass der SA wegen des fallenden Kontrollparameters T nicht wieder zu dieser Lösung zurückkehren kann. Daher wird im implementierten SA jede aktuelle Lösung s mit der bisher besten Lösung s_{best} verglichen und im Falle von $f(s) < f(s_{best})$ gespeichert. So wird sichergestellt, dass zum Ende der Laufzeit die beste gefundene Lösung ausgegeben wird.

8.3.5 Strafterm

Beim vorliegenden Problem sind für ungültige Lösungen, Systeme die nicht alle Lastszenarien bedienen können, keine Kosten vorgesehen. Würden ihre Kosten auf $+\infty$ gesetzt, könnten diese nie vom Algorithmus akzeptiert werden. In diesem Fall könnten jedoch auch möglicherweise gültige Lösungen nicht erreicht werden, falls diese im Suchraum ausschließlich von ungültigen Lösungen umgeben sind. Sie gehören demnach zu keiner Nachbarschaft einer gültigen Lösung und würden somit mit der Wahrscheinlichkeit $P = 0$ erreicht werden. Um dies zu verhindern wird ein Strafterm eingeführt, sodass auch ungültigen Lösungen Kosten zugeordnet und diese daher auch als aktuelle Lösung akzeptiert werden können. Ist eine Lösung ungültig, so wird sie mit den doppelten Kosten der Startlösung $f(s_{inf}) = 2 \cdot f(s_0)$ bewertet. Dabei wurde der Faktor 2 gewählt, da die Kosten somit zumeist größer als diejenigen Kosten der gültigen Lösungen sind, jedoch zu Beginn des Algorithmus akzeptiert werden können. Durch die Beziehung zu den Kosten der Startlösung kann zudem sichergestellt werden, dass niemals eine ungültige Lösung als beste Lösung zurückgegeben werden kann, da mindestens die Startlösung niedrigere Kosten aufweist $f(s_{inf}) > f(s_0) \forall s_{inf}$.

8.3.6 Speichern von Ergebnissen

Aufgrund des hohen Anteils, den die Ermittlung der optimalen Aussteuerung im Vergleich zur Gesamtlaufzeit einnimmt, wurde eine weitere Ergänzung vorgenommen. Hierbei werden bis zu 100 Systeme mit zugehörigen Kosten gespeichert. Bevor die Kosten eines Systems mittels CPLEX berechnet werden, wird zuerst geprüft, ob die Berechnung für dieses System bereits erfolgt ist. Ist dies der Fall, so werden die gespeicherten Kosten übernommen. Ist dies nicht der Fall, so werden die Kosten neu berechnet. Das System und dessen Kosten werden daraufhin gespeichert. Überschreitet die Anzahl gespeicherter Systeme eine Größe von 100 Einträgen, so wird der älteste Eintrag zugunsten des neuen Eintrags gelöscht. Dies spart vor allem bei niedrigen Werten des Kontrollparameters T Laufzeit. In diesem Zeitraum befindet sich der Algorithmus aufgrund der mit T sinkenden, geringen Akzeptanzwahrscheinlichkeit mit hoher Wahrscheinlichkeit in einem (lokalen) Optimum. Da die Akzeptanzwahrscheinlichkeit gering ist, wird unter Umständen dieselbe Nachbarschaft immer wieder durchsucht, ohne dass eine neue Lö-

sung akzeptiert wird. Anstatt die wiederkehrenden Nachbarlösungen immer wieder neu zu berechnen, kann stattdessen auf die gespeicherten Werte zurückgegriffen werden.

Algorithmus 8.3 Implementierter Simulated Annealing

```

1: Generate initial solution  $s_0 \in S$ 
2:  $s \leftarrow s_0$ 
3:  $s_{best} \leftarrow s_0$ 
4: List  $Save \leftarrow [ ]$ 
5: Set starting temperature  $T_0 > 0$ 
6:  $T \leftarrow T_0$ 
7: Set temperature counter  $t \leftarrow 0$ 
8: repeat
9:   Set repetition counter  $n \leftarrow 0$ 
10:  repeat
11:    Generate state  $s_{new} \in Neighborhood(s)$ 
12:    if  $s_{new} \in Save$  then
13:       $f(s_{new}) \leftarrow Save[s_{new}]$ 
14:       $\delta \leftarrow f(s_{new}) - f(s)$ 
15:    else
16:       $\delta \leftarrow f(s_{new}) - f(s)$ 
17:       $Save.add(s_{new}, f(s_{new}))$ 
18:      if  $Save.size > Save.size_{max}$  then
19:         $Save.remove(first)$ 
20:      end if
21:    end if
22:    if  $\delta \leq 0$  then
23:       $s \leftarrow s_{new}$ 
24:      if  $f(s) < f(s_{best})$  then
25:         $s_{best} \leftarrow s$ 
26:      end if
27:    else if  $random[0, 1] \leq exp(-\delta/T)$  then
28:       $s \leftarrow s_{new}$ 
29:    end if
30:     $n \leftarrow n + 1$ 
31:  until  $n = n_{max}$ 
32:   $t \leftarrow t + 1$ 
33:   $T \leftarrow T(t)$ 
34: until stopping condition
  
```

9 Duale Schranken

In diesem Kapitel wird ein Verfahren zur Ermittlung von dualen Schranken für die Abschätzung der Güte der gefundenen Lösungen vorgestellt. Zuvor werden die zugehörigen Grundlagen erläutert.

9.1 Primale, duale Schranke und Optimalitätslücke

Gegeben sei ein MIP der Form

$$\begin{aligned} \min \quad & c^T x \\ \text{s.t.} \quad & Ax \leq b \\ & x \in \mathbb{Z}^p \times \mathbb{R}^{n-p} \end{aligned} \tag{9.1}$$

analog zu Gleichung (7.1) und ein Vektor $x \in X$, der eine gültige Lösung des Problems darstellt. In diesem Fall wurde zwar eine gültige Lösung gefunden, es ist jedoch unbekannt, wie weit diese Lösung vom globalen Optimum entfernt ist oder ob es sich sogar um ein globales Optimum handelt. Dazu kann das Konzept der Beschränkung (engl. bounding) herangezogen werden. Im Kern dieses Konzeptes stehen zwei Schranken, die obere Schranke (engl. upper bound) und die untere Schranke (engl. lower bound) des Problems, welche die Lage des Optimums eingrenzen. Bei einem Minimierungsproblem, wovon im Folgenden ausgegangen wird, wird die obere Schranke als primale Schranke und die untere Schranke als duale Schranke des Problems bezeichnet. [3, 20]

Jede gültige Lösung des Problems $x \in X$ liefert dann eine primale (obere) Schranke $\bar{z} = c^T x$ für den optimalen Zielfunktionswert des Problems. Hieraus leitet sich auch deren Bezeichnung ab, da jede primale Schranke eine gültige Lösung des primalen Problems repräsentiert. Primale Schranken können u.a. durch den Einsatz von Metaheuristiken bestimmt werden. [3, 20, 24]

Duale (untere) Schranken werden meist ermittelt, indem das Originalproblem durch ein einfacheres Problem ersetzt wird, dessen Optimalwert niedriger oder im Grenzfall gleich dem des Originalproblems ist. Dieses Vorgehen wird auch als Relaxation bezeichnet. Allgemein ist ein Problem RP der Form $z^R = \min\{f(x) : x \in T \subseteq \mathbb{R}^n\}$ genau dann die Relaxation des Problems P der Form $z = \min\{g(x) : x \in X \subseteq \mathbb{R}^n\}$, wenn folgende beide Bedingungen gelten:

$$X \subseteq T \tag{9.2}$$

$$f(x) \leq g(x) \quad \forall x \in X \tag{9.3}$$

Daraus folgt, dass für den Zusammenhang zwischen relaxiertem Problem RP und Originalproblem P folgende Eigenschaften gelten:

- $z^{RP} \leq z^P$.
- Wenn RP unlösbar ist, so ist auch P unlösbar.
- Sei x^* eine optimale Lösung von RP mit $x^* \in X$ und gelte weiterhin $f(x^*) = g(x^*)$, so ist x^* auch eine optimale Lösung von P .

Im Folgenden sind einige der wichtigsten Relaxationsmöglichkeiten aufgezeigt:

- Bei der LP-Relaxation wird die Ganzzahligkeitsbedingung für einige oder alle Variablen fallen gelassen. Bei der Relaxation von Binärvariablen $x_j \in \{0, 1\}$ führt dies zu $0 \leq x_j \leq 1$.
- Bei der Lagrange-Relaxation werden Nebenbedingungen eliminiert und mit vorgegebenen oder zu bestimmenden Parametern, den Lagrange-Multiplikatoren, gewichtet in die Zielfunktion aufgenommen.
- Eine Relaxation kann zudem durch Weglassen von Nebenbedingungen erreicht werden. Im Unterschied zur LP-Relaxation werden Gleichungen oder Ungleichungen und nicht Typenbedingungen für Variablen fallengelassen.
- Die Surrogate-Relaxation ergibt sich daraus, dass mehrere Nebenbedingungen durch ein Summenprodukt der Bedingungen mit Faktoren $u_i \geq 0$ ersetzt werden. Werden diese Faktoren so gesetzt, dass sie in Summe 1 ergeben, so werden die Bedingungen durch ihre Konvexkombination ersetzt. Werden einige Faktoren auf $u_i = 0$ gesetzt, handelt es sich um eine Kombination aus Surrogate-Relaxation und Relaxation durch Weglassen von Nebenbedingungen.

Allgemein werden mit der Surrogate-Relaxation schlechtere Schranken als bei der LP-Relaxation und der Lagrange-Relaxation erreicht. Die Wahl der geeignetsten Relaxationsmethode hängt jedoch stark vom jeweiligen Problem ab. Daher ist problemspezifisch zu ermitteln, welche Relaxationsmöglichkeit die besten Schranken liefert. [20, 24]

Sei nun z^* der optimale Zielfunktionswert, \bar{z} die primale und \underline{z} die duale Schranke eines Minimierungsproblems, so gilt:

$$\underline{z} \leq z^* \leq \bar{z} \tag{9.4}$$

Hieraus kann die Optimalitätslücke (engl. optimality gap) eines Minimierungsproblems ermittelt werden:

$$gap = \frac{\bar{z} - \underline{z}}{\underline{z}} \quad (9.5)$$

Diese Optimalitätslücke gibt Auskunft darüber, wie weit eine gefundene Lösung maximal vom Optimum abweicht. Falls $gap = 0$ und damit $\underline{z} = z^* = \bar{z}$ gilt, so wurde eine optimale Lösung gefunden. Ansonsten kann keine Aussage darüber getroffen werden wo das Optimum im Bereich zwischen beiden Schranken liegt. Zur Verdeutlichung sei der Grenzfall $\underline{z} < z^* = \bar{z}$ betrachtet. In diesem Fall ist die gefundene Lösung zwar die optimale Lösung des Problems, allerdings ist dies nicht zu erkennen und es wird von einer Optimalitätslücke ausgegangen, obwohl eine optimale Lösung gefunden wurde. Daraus wird deutlich, dass die Optimalitätslücke nur als maximale, nicht aber tatsächliche Abweichung vom Optimum anzusehen ist. Generell sollte daher versucht werden eine Optimalitätslücke nahe 0 zu erreichen. Abbildung 9.1 verdeutlicht dabei das Vorgehen die Optimalitätslücke über die Laufzeit immer weiter zu reduzieren. [3, 20, 46]

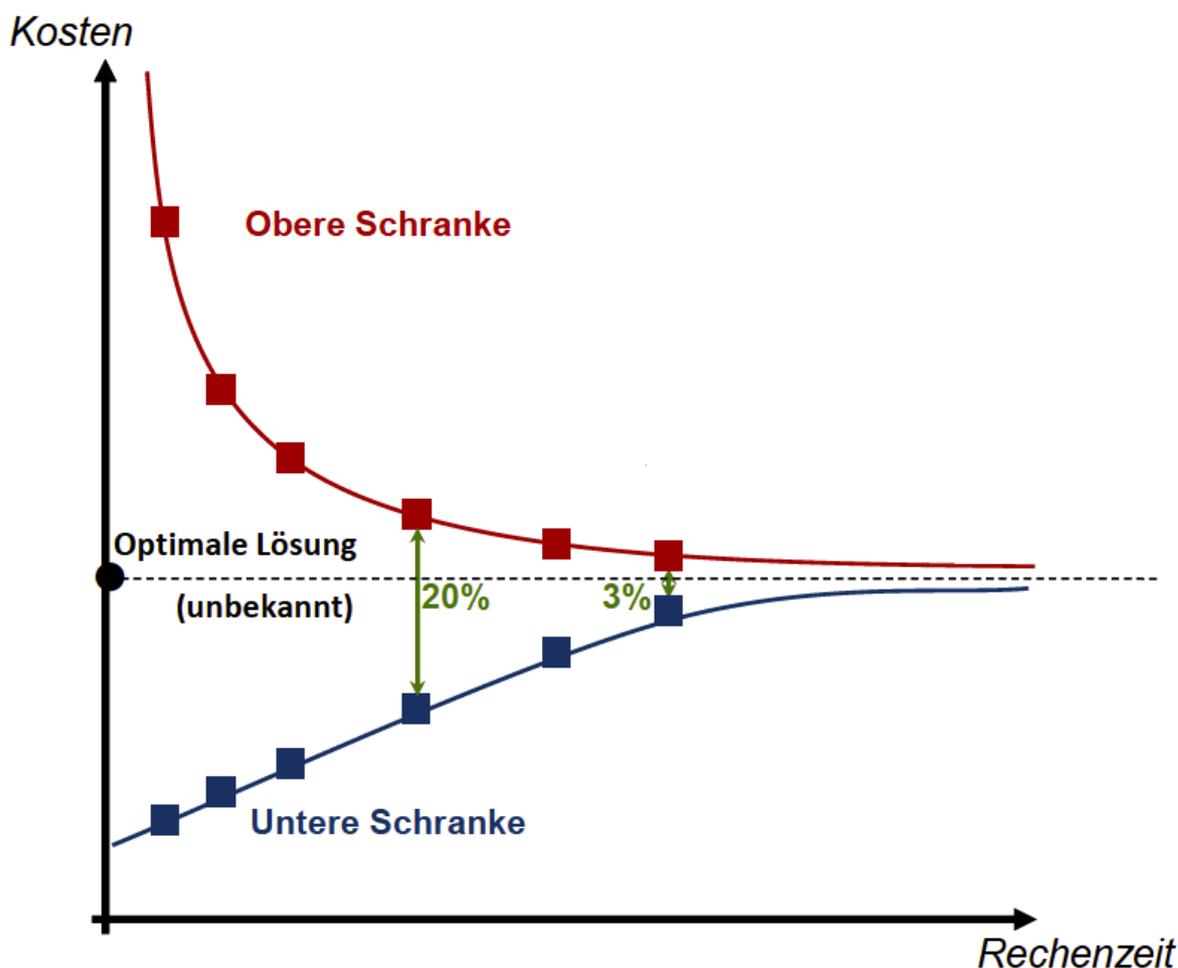


Abbildung 9.1: Primale und Duale Schranke im Zeitverlauf [39]

9.2 Implementierung

Zur Abschätzung der Güte der mit Hilfe des SA gefundenen Lösung wird ein Verfahren vorgestellt, das eine duale Schranke des Problems berechnet. Das entwickelte Verfahren ist in Algorithmus 9.1 dargestellt. Als Eingabe benötigt es ein zuvor aufgestelltes MIP.

Zunächst wird das Ausgangsproblem relaxiert. Die Relaxation erfolgt durch das Fallenlassen der Kopplungsbedingungen, den Nebenbedingungen, die die Kauf- (y_p bzw. $y_{(i,j)}$) mit den Nutzungsvariablen (x_p^s bzw. $x_{(i,j)}^s$) verknüpfen. Dies sind in der allgemeinen Form die Nebenbedingungen 7.4 und 7.5. Daraufhin wird das relaxierte MIP in $|S|$ -viele Teilprobleme aufgeteilt. $|S|$ entspricht dabei der Mächtigkeit der Menge an betrachteten Lastszenarien, also der Anzahl an Lastszenarien des Ausgangsproblems. Somit wird jedes Lastszenario als einzelnes Teilproblem betrachtet. Dies kann erreicht werden, indem ausgehend vom relaxierten MIP alle Nebenbedingungen und Variablen, welche nicht zum jeweiligen Lastfall gehören, aus diesem eliminiert werden. Zudem werden die Kaufvariablen (y_p) in der jeweiligen Zielfunktion durch die entsprechende Nutzungsvariable (x_p^s) ersetzt.

Jedes dieser Teilprobleme wird nun in zwei weitere Teilprobleme aufgeteilt, das optimale System einerseits hinsichtlich Energiekosten und andererseits hinsichtlich Anschaffungskosten, sodass das Originalproblem nun in $2|S|$ Teilprobleme aufgeteilt wurde. Hierzu werden die Anschaffungs- bzw. Energiekosten aus der jeweiligen Zielfunktion des auf einem Lastszenario beruhenden Teilproblems eliminiert. So ergeben sich für die Teilprobleme die folgenden beiden Zielfunktionen:

$$\min (C^{kWh} \cdot \sum_{p \in P} A_s \cdot p_p^s \cdot T) \quad (9.6)$$

$$\min \sum_{p \in P} (C_p^{pump} \cdot x_p^s) \quad (9.7)$$

Für jedes MIP der $2|S|$ Teilprobleme wird nun die optimale Lösung hinsichtlich der jeweiligen Zielfunktion mit Hilfe von CPLEX berechnet. Eine duale Schranke ergibt sich dann aus der Summe der Energiekosten sowie dem Maximum der Anschaffungskosten aller $|S|$ Lastszenarien:

$$\underline{z} = \sum_{s \in S} (C^{kWh} \cdot \sum_{p \in P} A_s \cdot p_p^s \cdot T) + \max_{s \in S} (\sum_{p \in P} (C_p^{pump} \cdot x_p^s)) \quad (9.8)$$

Handelt es sich bei dem so ermittelten Wert um eine duale Schranke, so muss gelten:

$$\underline{z} \leq z^* \quad (9.9)$$

Die Energiekosten eines Lastszenarios im Ausgangsproblem können niemals geringer sein als die Energiekosten im entkoppelten Fall, da dies bezüglich Energiekosten auch im Ausgangsproblem die kostenminimale Konfiguration für dieses Lastszenario ist. Somit können die Gesamtenergiekosten des Ausgangsproblems auch nicht geringer sein als die Summe der einzelnen Energiekosten im entkoppelten Fall.

Da das im Ausgangsproblem gesuchte System jedes Lastszenario bedienen muss, können die Anschaffungskosten des Ausgangsproblems nicht geringer sein als das Maximum der Anschaffungskosten der entkoppelten Teilprobleme. Dieses ist bezüglich Anschaffungskosten die kostengünstigste Konfiguration, die das Lastszenario mit den „größten“ Lastanforderungen bedienen kann.

Daher gilt auch:

$$\begin{aligned} \sum_{s \in S} (C^{kWh} \cdot \sum_{p \in P} A_s \cdot p_p^s \cdot T) + \max_{s \in S} (\sum_{p \in P} (C_p^{pump} \cdot x_p^s)) & \quad (9.10) \\ & \leq \\ \sum_{s \in S} (C^{kWh} \cdot \sum_{p \in P} (A_s \cdot p_p^s \cdot T)) + \sum_{p \in P} (C_p^{pump} \cdot y_p) & \end{aligned}$$

Die Bedingung aus Ungleichung 9.9 ist somit erfüllt und das entwickelte Verfahren kann zur Ermittlung von dualen Schranken herangezogen werden.

Algorithmus 9.1 Berechnung dualer Schranken

- 1: Disable coupling constraints
 - 2: Split MIP into $|S|$ subproblems $P_1, \dots, P_{|S|}$ for each load case s
 - 3: Lower Bound $LB \leftarrow 0$
 - 4: Energy-Cost $EC \leftarrow 0$
 - 5: Invest-Cost $IC \leftarrow 0$
 - 6: **repeat**
 - 7: Replace buy-variables with use-variables in the objective function of P_k
 - 8: Generate topology problem T_k for subproblem P_k
 - 9: Generate control problem C_k for subproblem P_k
 - 10: $EC \leftarrow EC + f(T_k)$
 - 11: **if** $IC < f(C_k)$ **then**
 - 12: $IC \leftarrow f(C_k)$
 - 13: **end if**
 - 14: **until** $k = |S|$
 - 15: $LB \leftarrow EC + IC$
-

10 Branch-and-Bound

An dieser Stelle wird das Branch-and-Bound Verfahren vorgestellt und dessen Grundlagen erläutert. Im Anschluss wird gezeigt, wie mit Hilfe dieses Verfahrens optimale Lösungen für das vorliegende Problem generiert werden können.

10.1 Grundlagen

Das Branch-and-Bound (B&B) Verfahren gehört zur Klasse der exakten Lösungsverfahren. Es ist eines der am weitesten verbreiteten Verfahren zur Lösung von großen, NP -schweren, kombinatorischen Optimierungsproblemen. Die vollständige Enumeration ist bei solchen Problemen wegen der exponentiell mit der Problemgröße wachsenden Anzahl an möglichen Lösungen nicht möglich. Deshalb werden beim B&B die beiden Lösungsprinzipien des Verzweigens (engl. branching) und Beschränkens (engl. bounding) genutzt, um zum einen nicht das gesamte Problem und zum anderen nicht alle möglichen Lösungen betrachten zu müssen. Im Folgenden sind die Lösungsprinzipien des B&B näher erläutert. Anzumerken ist, dass sich das beschriebene Vorgehen auf die Verwendung des B&B bei Minimierungsproblemen bezieht. Für Maximierungsprobleme müssen einige Aussagen modifiziert werden. [13, 20, 55]

Verzweigen

Beim Verzweigen wird das Ausgangsproblem P in k Teilprobleme P_1, \dots, P_k aufgeteilt. Dabei sollte die Aufteilung so erfolgen, dass gilt:

$$X(P) = \bigcup_{i=1}^k X(P_i) \quad (10.1)$$

$$X(P_i) \cap X(P_j) = \emptyset \quad \forall i \neq j \quad (10.2)$$

$X(P_i)$ repräsentiert hier die Menge der zulässigen Lösungen von P_i . Somit soll die Unterteilung so erfolgen, dass die Vereinigung der Lösungsmengen der Teilprobleme wiederum die Lösungsmenge des Ausgangsproblems P_0 ergibt. Zudem sollte die Schnittmenge der Teilprobleme paarweise möglichst leer sein.

Die aus P entstandenen Teilprobleme P_1, \dots, P_k können wiederum analog weiter unterteilt werden. Dies führt zu einem Entscheidungsbaum aus Teilproblemen wie er in Abbildung 10.1 dargestellt ist. Dabei wird der Knoten des Ausgangsproblem P als Wurzel des Baumes bezeichnet. Analog wird der Knoten P_2 als Wurzel des Teilbaums aus P_2, P_7 und P_8 bezeichnet. [13, 20, 55]

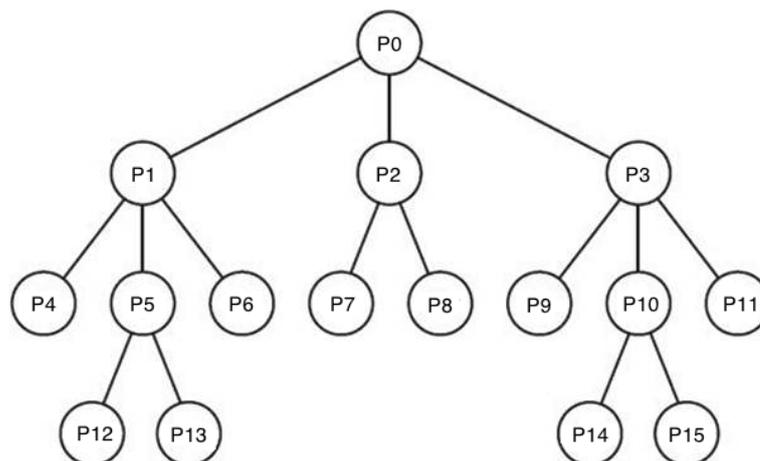


Abbildung 10.1: B&B-Entscheidungsbaum

Beschränken

Wie bereits in Kapitel 9 beschrieben, lassen sich für kombinatorische Optimierungsprobleme Schranken ermitteln. Dies wird auch beim B&B genutzt, um Schranken für die jeweiligen Teilprobleme zu ermitteln. Die Schranken der Teilprobleme dienen als Kriterium, um zu beurteilen, ob es sinnvoll ist diese weiter zu verzweigen.

Beim B&B wird dazu eine obere Schranke \bar{z} festgelegt. Diese repräsentiert die bis zu diesem Zeitpunkt beste bekannte Lösung des Problems. Sie kann anfänglich auf $\bar{z} = +\infty$ gesetzt werden. Alternativ kann vor dem eigentlichen Verfahren, beispielsweise durch eine Heuristik, eine gültige Lösung berechnet und diese als obere Schranke eingesetzt werden. Oft werden hierzu Metaheuristiken, wie der SA, die Tabu Search oder genetische Algorithmen verwendet. Dies kann sinnvoll sein, da mit einer guten, anfänglichen oberen Schranke eine Vielzahl von Teilproblemen erst gar nicht betrachtet werden muss. Werden im Laufe des Verfahrens bessere zulässige Lösungen gefunden, so ersetzen diese die aktuelle obere Schranke. [13, 20, 55]

Während die obere Schranke \bar{z} für alle Teilprobleme gilt, existiert für jedes Teilproblem eine eigene untere Schranke \underline{z}_i . Die niedrigste dieser unteren Schranken $\min(\underline{z}_i)$ repräsentiert dabei die untere Schranke des Ausgangsproblems. Zur Ermittlung einer unteren Schranken eines Teilproblems P_i , wird dieses relaxiert. Die Relaxation zu RP_i kann dabei nach den in Kapitel 9 beschriebenen Methoden erfolgen. [13, 20, 55]

Wie bereits angesprochen, dienen die Schranken dazu zu entscheiden, ob ein Teilproblem P_i weiter verzweigt werden muss. Ein Ast des Entscheidungsbaums heißt in diesem Zusammenhang ausgelotet, er muss demnach nicht weiter verzweigt werden, wenn:

- $\underline{z}_i \geq \bar{z}$ gilt, also die beste Lösung des Teilproblems nicht besser als die derzeit beste Lösung (obere Schranke) sein kann.

- $\underline{z}_i < \bar{z}$ gilt und die optimale Lösung für RP_i gleichzeitig eine gültige Lösung für P_i und somit auch für P ist. Ist diese Lösung zudem besser als die beste bisher gefundene Lösung, so wird die obere Schranke durch diese ersetzt und $\bar{z} := \underline{z}_i$ gesetzt.
- $X(RP_i) = \emptyset$ gilt, also RP_i keine zulässige Lösung und somit auch das unrelaxierte Teilproblem P_i keine zulässige Lösung besitzt, $X(P_i) = \emptyset$.

Die Beschränkungsfunktion zur Ermittlung von unteren Schranken bildet dabei die Schlüsselkomponente des Verfahrens, da eine gute Verzweigung eine schlechte Beschränkungsfunktion nicht vollständig kompensieren kann. Idealerweise sollte die ermittelte Schranke möglichst nahe an der optimalen Lösung des Teilproblems liegen. Eine Beschränkungsfunktion heißt „stark“ (engl. strong), wenn sie im Allgemeinen Schranken erzeugt, die sehr nahe am Optimum des Teilproblems liegen. Wohingegen eine Beschränkungsfunktion als „schwach“ (engl. weak) bezeichnet wird, wenn die ermittelten Schranken weit vom Optimum des Teilproblems entfernt liegen. Da jedoch die Teilprobleme, wie auch das Ausgangsproblem, oftmals NP -schwer sind, muss mitunter ein Mittelweg zwischen Qualität und Laufzeit der Beschränkungsfunktionen gefunden werden. Je mehr Zeit zur Berechnung der Schranken aufgebracht wird, desto bessere Schranken werden typischerweise erreicht. Generell sollte die Beschränkungsfunktion daher, soweit deren Laufzeit vertretbar ist, so stark wie möglich sein, da dadurch die Größe des Entscheidungsbaums so gering wie möglich gehalten werden kann, was wiederum Speicherplatz spart. [13, 20, 55]

Iteration und Auswahl von Teilproblemen

Während des Lösungsprozesses wird der Status der Lösung durch die Menge der noch nicht erforschten Teilprobleme sowie der derzeitigen oberen Schranke beschrieben. Die unerforschten Teilprobleme bilden dabei die Endknoten des Entscheidungsbaums, während die inneren Knoten bereits erforschte Teilprobleme darstellen. Die Wurzel des Baums stellt das Ausgangsproblem dar. Dies führt zu einem Entscheidungsbaum, wie er in Abbildung 10.1 schematisch dargestellt ist.

Neben dem Verzweigen und Beschränken hat jede Iteration eine weitere Komponente, die Auswahl des Knotens, der als nächstes erforscht werden soll. Dies hat einen Einfluss darauf, in welcher Reihenfolge die Knoten des Entscheidungsbaums durchlaufen werden. Die Suche wird abgebrochen, wenn alle Endknoten ausgelotet sind, also es keine zu erforschenden Teilprobleme mehr gibt. Die derzeit beste Lösung ist dann die optimale Lösung des Problems. [13, 20, 55]

Falls die Auswahl des nächsten Knotens anhand der unteren Schranken der Teilprobleme erfolgt, so besteht der erste Schritt nach der Auswahl in der Verzweigung des

Knotens in zwei oder mehr Teilprobleme. Für jeden der neuen Knoten wird dessen untere Schranke bestimmt und im Folgenden überprüft, ob er weiterverfolgt werden muss und ob eine neue beste Lösung gefunden wurde. Diese Strategie wird auch „eifrige“ Strategie genannt, da die Schranken berechnet werden, sobald ein neuer Knoten erzeugt wird. Eine weitere Strategie besteht darin, ein Teilproblem auszuwählen und erst dann dessen Schranken zu berechnen. Die durch die Verzweigung dieses Teilproblems erzeugten Knoten werden daraufhin zusammen mit der unteren Schranke des vorherigen Knotens gespeichert. Diese Strategie wird „faule“ Strategie genannt und oftmals genutzt, wenn der als nächstes auszuwählende Knoten sich möglichst tief im Entscheidungsbaum befinden soll. [13, 20, 55]

Zumeist werden drei Auswahlstrategien unterschieden. Wird immer der Knoten mit der niedrigsten unteren Schranke gewählt, so wird dies „best first search“- (BeFS-) Strategie genannt. Falls hierbei eine optimale Lösung des Gesamtproblems gefunden wird, müssen nur noch kritische Knoten erkundet werden. Dies gilt jedoch nur für die eifrige Strategie. In diesem Zusammenhang sei der Begriff der kritischen Knoten eingeführt. Ein Teilproblem heißt kritisches Teilproblem, wenn die Beschränkungsfunktion für dieses Problem eine untere Schranke liefert, die strikt unter dem Wert der global optimalen Lösung liegt. Diese Teilprobleme müssen verzweigt werden, auch wenn bereits die optimale Lösung ermittelt wurde, da sie nicht mit Hilfe der Beschränkungsfunktion verworfen werden können. Zum Beweis der Optimalität einer Lösung müssen diese also zwangsläufig erkundet werden. Eine weitere Strategie ist die „breath first search“- (BFS-) Strategie, bei der zunächst alle Knoten eines Levels im Entscheidungsbaum erkundet werden, bevor zum nächst tieferen Level vorangeschritten wird. Zudem kann alternativ nach der „depth first search“- (DFS-) Strategie vorgegangen werden. Hierbei wird der Knoten mit der größten Tiefe im Entscheidungsbaum ausgewählt. [13, 20, 55]

10.2 Implementierung

Ausgehend vom B&B Verfahren wurde in dieser Arbeit ein exaktes Lösungsverfahren zur optimalen Auslegung von DEA entwickelt. Die mit Hilfe des SA aus Kapitel 8.2 ermittelte Lösung bildet dabei die anfängliche obere Schranke des Problems, sodass bereits zu Beginn des B&B eine gute obere Schranke vorliegt und das Verfahren dadurch schneller terminiert. Weiterhin wird das in Kapitel 9 beschriebene Verfahren genutzt, um die Teilprobleme zu relaxieren und untere Schranken für diese zu finden. Die bei der Relaxation fallengelassene Kopplung zwischen den einzelnen Lastszenarien wird im Laufe des B&B sukzessive wiederhergestellt. Die Berechnung und Auswahl der Knoten erfolgt anhand der eifrigen in Kombination mit der BeFS-Strategie. Der Ablauf des Verfahrens wird im Folgenden beschrieben und ist schematisch in Algorithmus 10.1 dargestellt.

Das Ausgangsproblem bildet die Wurzel des B&B Entscheidungsbaums. Für die Wurzel wird zunächst der Zielfunktionswert des relaxierten Problems, dessen duale Schranke, ermittelt. Hierzu wird das Verfahren aus Kapitel 9 herangezogen. Dieses liefert zudem die Variablenbelegungen der Kaufentscheidung sowie Aussteuerung für das relaxierte Problem. Nun wird aus der Menge der nicht ausgeloteten, unerkundeten Knoten, den aktiven Knoten, gemäß der BeFS-Strategie derjenige mit der niedrigsten unteren Schranke ausgewählt. Zu Beginn des Verfahrens handelt es sich dabei um den Ausgangsknoten. Für die Variablenbelegungen der Aussteuerungsprobleme wird daraufhin geprüft, ob die genutzten Pumpen auch in der Kaufentscheidung berücksichtigt sind. Pumpen, die nicht verbaut, jedoch zur Aussteuerung genutzt werden, werden im Folgenden als „konfliktionäre Pumpen“ bezeichnet. Aus der Menge der konfliktionären wird nun zufällig eine Pumpe ausgewählt, anhand dieser wird der ausgewählte Knoten in zwei Teilprobleme verzweigt.

Im ersten Teilproblem wird die konfliktionäre Pumpe nicht verbaut, der Anschaffungspreis der Komponente geht somit nicht in die Investitionskosten ein, und kann daher auch nicht in den Lastszenarien genutzt werden. Aus diesem Grund werden deren Kauf- bzw. Nutzungsvariablen x_p^s sowohl in den Anschaffungs-, als auch in den Aussteuerungsproblemen des Teilproblems auf den Wert 0 fixiert. Hier sei daran erinnert, dass in diesem Verfahren aufgrund der Entkopplung der Lastfälle die Kaufvariablen y_p aus der Zielfunktion des unrelaxierten Problems durch die Nutzungsvariablen x_p^s substituiert werden. Die ursprünglichen Nutzungsvariablen x_p^s dienen aufgrund der Teilung in Anschaffungs- bzw. Aussteuerungsprobleme der Lastfälle gleichzeitig als Kauf- und Nutzungsvariablen.

Im zweiten Teilproblem wird die konfliktionäre Pumpe verbaut, ihr Anschaffungspreis geht in die Investitionskosten ein, und sie kann in den Lastszenarien genutzt werden. Daher wird deren Kaufvariable x_p^s in den Anschaffungsproblemen der Lastszenarien des Teilproblems auf den Wert 1 fixiert. Die jeweilige Nutzungsvariable x_p^s der Aussteuerungsprobleme der Lastszenarien wird nicht fixiert, da die Komponente genutzt werden kann, jedoch nicht genutzt werden muss.

Für beide Teilprobleme werden entsprechend der eifrigen Strategie wiederum die unteren Schranken nach dem Verfahren aus Kapitel 9 berechnet. Ist der neue Knoten nicht ausgelotet, tritt also keiner der folgenden drei Fälle auf, so wird er in die Menge der aktiven Knoten aufgenommen.

- Die untere Schranke des Teilproblems des neuen Knotens k ist größer oder gleich der oberen Schranke, $\underline{z}_k \geq \bar{z}$.
- Es gibt keine gültige Lösung für das relaxierte Teilproblem RP_k des neuen Knotens k und somit auch nicht für das unrelaxierte Teilproblem P_k , $\underline{z}_k = \text{infeasible}$.

- Die Lösung des Teilproblems RP_k des neuen Knotens k ist auch eine gültige Lösung für das unrelaxierte Teilproblem P_k und somit auch für das Ausgangsproblem P .

Wenn eine gültige Lösung des Ausgangsproblems gefunden wurde, wird zusätzlich überprüft, ob diese besser als die bisherige beste Lösung ist. Ist dies der Fall, so wird die obere Schranke durch die neue beste Lösung ersetzt. Eine gültige Lösung liegt dann vor, wenn nur die Pumpen genutzt werden, deren Kosten auch Teil der Investitionskosten des Systems sind. Ist die Menge der aktiven Knoten leer, sind also alle Endknoten ausgelotet, so ist die aktuelle obere Schranke die optimale Lösung des Problems und das Verfahren wird beendet.

Algorithmus 10.1 Berechnung des globalen Optimums mittels Branch-and-Bound

```

1: Calculate initial Upper Bound  $UB$  with Algorithm 8.3
2:  $ActiveNodes \leftarrow \emptyset$ 
3: Calculate initial Lower Bound of  $Node_0$   $LB(n_0)$  with Algorithm 9.1
4:  $ActiveNodes \leftarrow ActiveNodes \cup \{n_0\}$ 
5: while  $ActiveNodes \neq \emptyset$  do
6:   Take  $n_i \in ActiveNodes$  with  $LB(n_i) \leq LB(n_j) \forall n_j \in ActiveNodes$ 
7:   Take a pump  $p_p$  which is used but not bought in the configuration of  $n_i$ 
8:   Split  $n_i$  into two child nodes  $cn_0, cn_1$ 
9:   Fix buy-variable of  $p_p$  to 0 for  $cn_0$ 
10:  Fix buy-variable of  $p_p$  to 1 for  $cn_1$ 
11:  for all  $cn_k$  do
12:     $ActiveNodes \leftarrow ActiveNodes \cup \{cn_k\}$ 
13:    Calculate  $LB(cn_k)$ 
14:    if  $LB(cn_k)$  is infeasible then
15:       $ActiveNodes \leftarrow ActiveNodes \setminus \{cn_k\}$ 
16:    end if
17:    if  $LB(cn_k) \geq UB$  then
18:       $ActiveNodes \leftarrow ActiveNodes \setminus \{cn_k\}$ 
19:    end if
20:    if  $Config(cn_k) \in ValidConfigs$  then
21:       $ActiveNodes \leftarrow ActiveNodes \setminus \{cn_k\}$ 
22:      if  $UB > LB(cn_k)$  then
23:         $UB \leftarrow LB(cn_k)$ 
24:        for all  $n_j \in ActiveNodes$  do
25:          if  $LB(n_j) \geq UB$  then
26:             $ActiveNodes \leftarrow ActiveNodes \setminus \{n_j\}$ 
27:          end if
28:        end for
29:      end if
30:    end if
31:  end for
32:   $ActiveNodes \leftarrow ActiveNodes \setminus \{n_i\}$ 
33: end while
34:  $OptimalSolution \leftarrow UB$ 

```

11 Testinstanzen

Zum Aufbau von Testinstanzen sind zunächst die wichtigsten Eckdaten festzulegen. In dieser Arbeit sollen beispielhaft unmittelbar angeschlossene DEA, die den Vordruck der Wasserversorgungsleitung nutzen, verwendet werden. Deshalb ergibt sich die von der DEA zu erbringende Druckhöhe aus der Gesamt-Druckhöhe abzüglich des bereits durch das Versorgungsnetz gelieferten Vordrucks, umgerechnet in mWs . Es soll zunächst überall wo dies möglich ist eine Normalzone nach Anschlussart A (siehe Abbildung 4.3) vorgesehen werden. Diese wird mit Anschlussart D (siehe Abbildung 4.6), unter Verwendung von dezentralen Druckminderern, kombiniert. Bei der Nutzung des Vordrucks ist es, wie in Kapitel 4 beschrieben, von Vorteil eine Anlagenart mit mindestens einer drehzahlgeregelten Pumpe zu nutzen. In dieser Arbeit werden ausschließlich stufenlos drehzahlgeregelte Kreiselpumpen verwendet.

Des Weiteren wird angenommen, dass das WVU einen Mindestdruck von 4 *bar* an der Übergabestelle garantiert und den maximalen Versorgungsdruck mit 6 *bar* angibt.

In den aufgestellten Testinstanzen werden verschiedene Ausprägungen des Systems variiert und miteinander kombiniert. Die einzelnen Ausprägungsarten sind:

- Höhe und Fläche des Gebäudes
- Nutzung des Gebäudes mit zugehörigen Lastprofil
- Aufbereitung von Warmwasser
- Verfügbare Pumpen

11.1 Gebäude

Als erste Stufe werden zwei unterschiedliche Gebäudetypen als mögliche Ausprägungen unterschieden, aus denen sich die Testinstanzen durch Kombination mit den anderen Ausprägungen ableiten. Beide Gebäude sind Hochhäuser und unterscheiden sich anhand von zwei Kriterien, der Stockwerkanzahl und der für den Verwendungszweck nutzbaren Fläche. Die Stockwerkhöhe beider Gebäude beträgt je nach Nutzung 3 bzw. 3,5 m. Das erste Gebäude (G15/350) ist 15 Stockwerke (Erdgeschoss und 14 Obergeschosse) hoch und besitzt zusätzlich einen Keller, der nicht für den Verwendungszweck, sondern u.a. für das Aufstellen der DEA genutzt wird. Dabei stehen pro Stockwerk 350 qm Fläche (exklusive Treppenhaus) also insgesamt 5.250 qm für die Nutzung zur Verfügung. Das zweite Gebäude (G10/700) ist 10 Stockwerke (Erdgeschoss und 9 Obergeschosse) hoch und besitzt wiederum einen Keller für die Aufstellung der DEA. Bei diesem Gebäude ist die nutzbare Fläche je Stockwerk allerdings mit 700 qm doppelt so groß. Es ergibt sich eine nutzbare Gesamtfläche von 7.500 qm. Somit unterscheiden sich

sowohl die benötigte Druckhöhe, der Förderstrom je Stockwerk, als auch der gesamte Förderstrom der DEA abhängig vom betrachteten Gebäude.

G15/350	G10/700
KG, EG, 14 OGs	KG, EG, 9 OGs
350 qm je Stockwerk	700 qm je Stockwerk
5.250 qm Gesamtfläche	7.500 qm Gesamtfläche

Tabelle 11.1: Gebäudecharakteristika

11.2 Nutzung

Die Nutzung der Gebäude aus der ersten Stufe erfolgt jeweils als Wohngebäude, Bürogebäude oder Krankenhaus. Die einzelnen Nutzungstypen unterscheiden sich durch ihre Ausstattung und somit durch den benötigten ausstattungsabhängigen Förderstrom. Zudem unterscheidet sich die Stockwerkhöhe von Wohngebäude und Bürogebäude mit 3 m von der eines Krankenhauses mit 3,5 m, da für dieses eine größere Mindestdeckenhöhe gefordert wird [10].

Wohngebäude

Jede Wohnung wird von durchschnittlich 2,5 Personen bewohnt. Es ergibt sich eine angenehme Wohnungsgröße von 70 qm [62]. Somit befinden sich in G15/350 75 Wohneinheiten (WE) und in G10/700 100 WE. Zusätzlich besteht die Besonderheit das Rohrnetzsystem um Wohnungswasserzähler ergänzen zu müssen. Die Ausstattung jeder WE ist identisch und kann Tabelle 11.2 entnommen werden.

Wohneinheit
2 WCs mit Spülkasten
1 Badewanne
1 Duschwanne
2 Waschtische
1 Waschmaschine
1 Geschirrspüler
1 Küchenspüle

Tabelle 11.2: Wohnungsausstattung - Wohngebäude

Bürogebäude

Jedes Stockwerk ist als eigenes Großraumbüro ausgeführt. Gemäß ASR A1.2 sind für jeden Mitarbeiter in einem Großraumbüro 15 qm vorzuhalten. Diese Fläche schließt zudem gemeinsam genutzte Flächen, wie Besprechungsräume, Sanitärräume und Teeküchen, anteilig mit ein. [5, 29] In einem Großraumbüro in G15/350 arbeiten somit rund 25 Mitarbeiter bzw. in G10/700 rund 50 Mitarbeiter. Die Anzahl an sanitären Anlagen ergibt sich aus der Mitarbeiterzahl nach ASR 37/1. Demnach müssen, wie aus Abbildung 14.7 ersichtlich wird, bei G15/350, mit 25 Mitarbeitern je Stockwerk, drei Damen-, zwei Herren-WCs mit Spülkasten sowie zwei Urinale mit Druckspüler pro Stockwerk vorhanden sein. Für G10/700, mit 50 Mitarbeitern, müssen vier Damen-, drei Herren-WCs und drei Urinale vorhanden sein. [6] Des Weiteren werden für G15/350 je zwei Waschtische bzw. für G10/700 je drei Waschtische für den Herren- und Damensanitärbereich bereitgestellt. Zusätzlich soll je Stockwerk für jeweils 25 Mitarbeiter eine Teeküche, bestehend aus einem Geschirrspüler und einer Küchenspüle zur Verfügung stehen. Die Stockwerkausstattung kann Tabelle 11.3 entnommen werden.

G15/350	G10/700
5 WCs mit Spülkasten	7 WCs mit Spülkasten
2 Urinale mit Druckspüler	3 Urinale mit Druckspüler
4 Waschtische	6 Waschtische
1 Geschirrspüler	2 Geschirrspüler
1 Küchenspüle	2 Küchenspülen

Tabelle 11.3: Stockwerkausstattung - Bürogebäude

Krankenhaus

Bei Krankenhäusern, die keine Universitätskliniken sind, kann pro Bett von einem Flächenbedarf von ca. 50 qm ausgegangen werden. Dies berücksichtigt anteilig alle Nutzflächen, wie Sanitärräume, Aufenthaltsräume und Operationssäle. [2] Für G15/350 führt dies zu einer durchschnittlichen Bettenzahl von sieben Betten pro Stockwerk und einer Gesamtbettenzahl von 105 Betten bzw. für G10/700 zu einer Stockwerkbettenzahl von 14 Betten und einer Gesamtanzahl von 140 Betten. Die exakte Ausstattung eines Krankenhauses ist auf Grund ihrer Vielschichtigkeit schwer durch eine zu den vorherigen Abschnitten analoge Vorgehensweise zu bestimmen. Daher wird zur Bestimmung der Förderströme vereinfacht davon ausgegangen, dass pro Bett ein maximaler Trinkwasserbedarf von $0,83 \text{ m}^3/d$ besteht, welcher ebenfalls anteilig auf den Gesamtwasserverbrauch des Krankenhauses umgelegt wurde [31].

11.3 Verbrauchs- und Lastprofile

Neben den unterschiedlichen Ausstattungen der Gebäude je nach Nutzung als Wohngebäude, Bürogebäude oder Krankenhaus ergeben sich abhängig davon verschiedene Verbrauchs- bzw. Lastprofile. Diese geben an wie die Trinkwassernachfrage über den Tag hinweg verteilt ist bzw. welcher Lastfall aggregiert welchen zeitlichen Anteil ausmacht. Gemessen werden diese Verbrauchs- und Lastprofile prozentual am maximalen Durchfluss, dem maximal auftretenden Förderstrom. Die Verbrauchs- und Lastprofile werden je nach Nutzungstyp in einer vereinfachten Weise dargestellt.

Wohngebäude

Für das Verbrauchsprofil des Wohngebäudes, aus Abbildung 11.1, wird davon ausgegangen, dass im Haushalt mindestens eine erwerbstätige und eine nicht erwerbstätige Person lebt. Morgens stehen alle im Haushalt wohnenden Personen auf und nutzen die Badezimmer. Zudem wird die Waschmaschine eingeschaltet. Später sinkt der Wasserbedarf, da sich nur eine Person im Haushalt befindet und Wasser hauptsächlich für Haushaltstätigkeiten verbraucht wird. Gegen Nachmittag kommt die erwerbstätige Person zurück und es wird gemeinsam gegessen. Anschließend wird der Geschirrspüler angestellt. Der Wasserbedarf erhöht sich, da sich alle Personen im Haushalt aufhalten. Gegen Abend sinkt der Wasserbedarf, da die Abendruhe einkehrt. In der Nacht besteht nur noch ein sporadischer Wasserbedarf. Da sich das Verbrauchsprofil an Wochenenden nur zeitlich verschiebt, wenn Personen des Haushalts sich an diesem nicht dauerhaft im Haushalt aufhalten, wird das Wochentags-Verbrauchsprofil für die gesamte Woche genutzt. Daraus ergibt sich das in Abbildung 11.2 dargestellte Lastprofil.

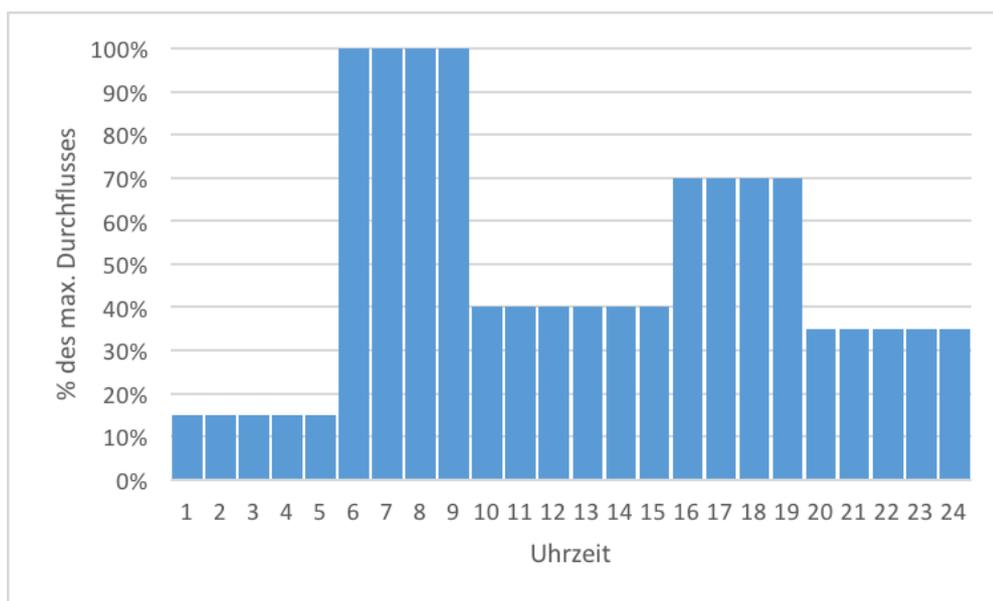


Abbildung 11.1: Verbrauchsprofil Wohngebäude (angelehnt an [60])

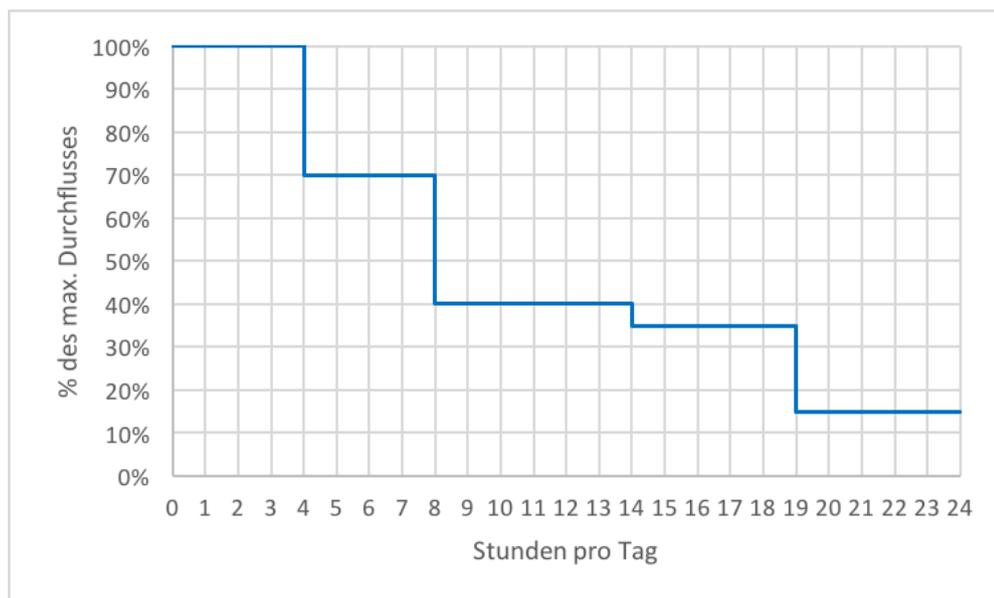


Abbildung 11.2: Lastprofil Wohngebäude

Bürogebäude

Im Bürogebäude treffen, wie in Abbildung 11.3 zu sehen, werktags morgens zunächst nach und nach die ersten Mitarbeiter ein, bis zwischen 7:00 und 8:00 Uhr eine Verbrauchsspitze auftritt, da viele wasserverbrauchende Aktivitäten gleichzeitig und in großem Umfang stattfinden. Es wird Kaffee gekocht, die Arbeitsplätze gereinigt, der Geschirrspüler angestellt und die Sanitärräume stark genutzt. Der Bedarf fällt danach wieder ab und bleibt über den Vormittag hinweg auf diesem Niveau. In der Mittagszeit steigt er wieder leicht an, da die Mitarbeiter zu dieser Zeit Mittagspause haben. Allerdings steigt der Wasserbedarf nicht allzu stark an, da die einzelnen Mittagspausen der Mitarbeiter sich über einen größeren Zeitraum verteilen und viele Mitarbeiter die Mittagspause auswärts verbringen. Gegen Nachmittag sinkt der Wasserbedarf wieder auf den Stand des Vormittags, bis er gegen Feierabend der meisten Mitarbeiter ansteigt. Danach fällt der Bedarf wieder ab, bis das Bürogebäude geschlossen wird. Ab diesem Zeitpunkt besteht kein Wasserbedarf bis am nächsten Morgen das Gebäude wieder geöffnet wird und die ersten Mitarbeiter eintreffen. Dies führt zum in Abbildung 11.4 dargestellten Lastprofil für Wochentage. Da das Bürogebäude jedoch am Wochenende geschlossen ist und somit samstags und sonntags kein Wasserbedarf vorliegt, ergibt sich das in Abbildung 11.5 dargestellte Lastprofil, welches den Null-Bedarf am Wochenende berücksichtigt.

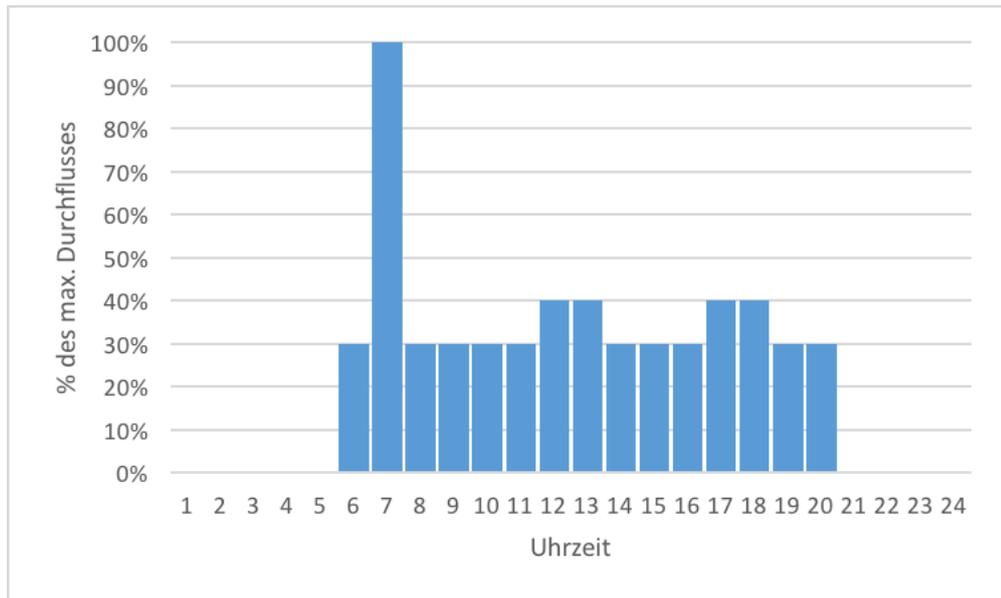


Abbildung 11.3: Verbrauchsprofil Bürogebäude - Werktage (angelehnt an [28])

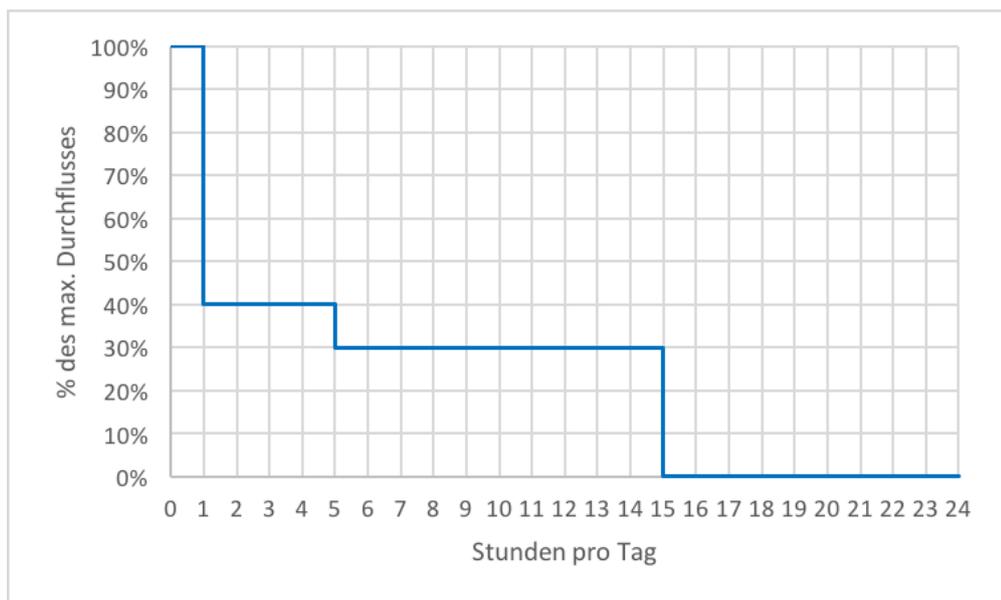


Abbildung 11.4: Lastprofil Bürogebäude - Werktage

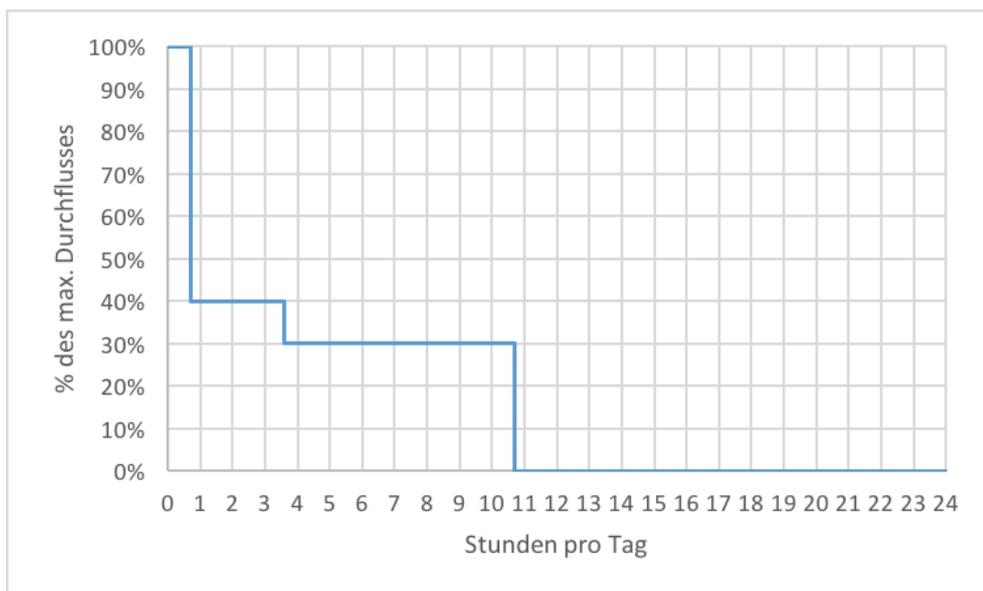


Abbildung 11.5: Lastprofil Bürogebäude - inkl. Wochenende

Krankenhaus

Wie in Abbildung 11.6 zu sehen ist, beginnen ab 6:00 Uhr die ersten vorbereitenden Arbeiten für den Tag. Die Patienten stehen auf und der Wasserbedarf steigt. Er erreicht zwischen morgens seinen Spitzenwert, da zu dieser Zeit die Pfleger ihren Morgenrundgang durchführen. Zudem wird das Geschirrs gereinigt und das Mittagessens vorbereitet. Danach, fällt der Wasserbedarf wieder ab, bis gegen frühen Abend das Abendessen mit Reinigung des Geschirrs und die Abendhygiene anfällt. Im weiteren Verlauf des Abends fällt der Wasserbedarf immer weiter ab, bis er über Nacht auf dem Tiefpunkt angelangt ist. Somit ergibt sich das in Abbildung 11.7 dargestellte Lastprofil.

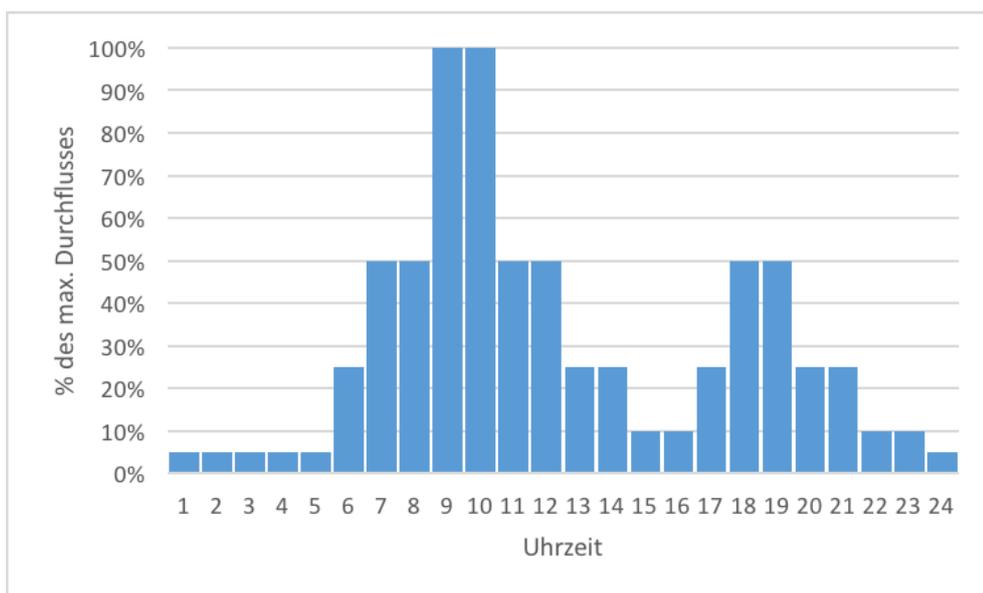


Abbildung 11.6: Verbrauchsprofil Krankenhaus (angelehnt an [50])

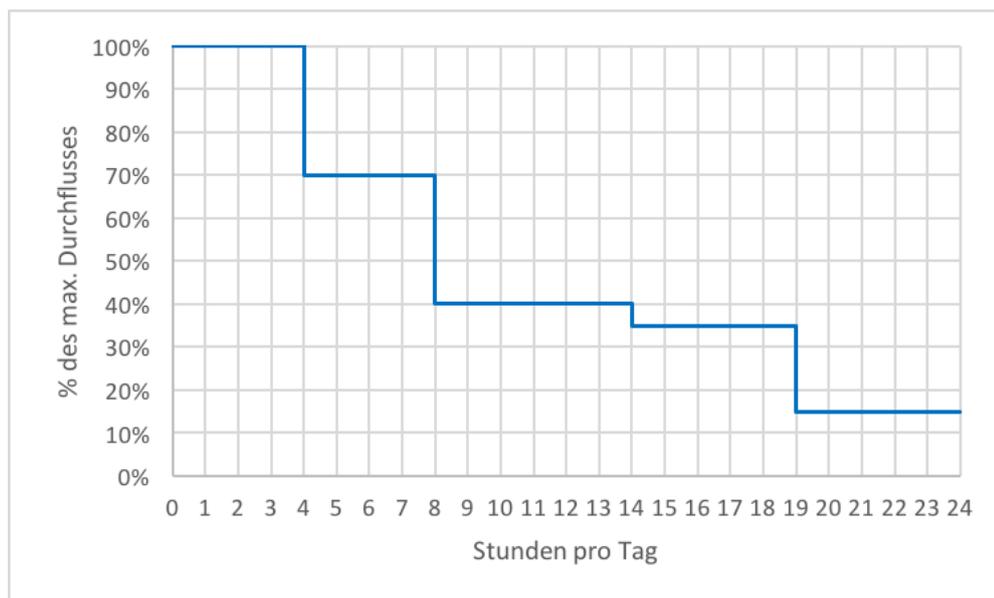


Abbildung 11.7: Lastprofil Krankenhaus

11.4 Warmwasseraufbereitung

Ein weiteres Unterscheidungsmerkmal der Testinstanzen ist die Art der Warmwasseraufbereitung. Es wird zwischen zentralen Speicher-Trinkwassererwärmern und dezentralen Gruppen-Trinkwassererwärmern, in diesem Fall Gas-Warmwasserheizer, unterschieden. Die zentralen Speicher-Trinkwassererwärmer versorgen das Gebäude über einen sich im Kellergeschoss befindlichen Speicher, dessen Inhalt durch eine Gas- oder Ölheizung aufgeheizt wird, mit Warmwasser. Wohingegen die dezentralen Gruppen-Trinkwassererwärmer jeweils einzelne Gruppen von Verbrauchern versorgen. Eine schematische Skizze der beiden Konzepte ist in den Abbildungen 11.8 und 11.9 dargestellt. Der sich für die jeweilige Testinstanz ergebende Unterschied besteht darin, dass die Druckverluste des zentralen Speicher-Trinkwassererwärmers in den Druckverlusten durch Rohrreibung und Einzelwiderstände enthalten sind und diejenigen des dezentralen Gas-Warmwasserheizers pauschal mit 0,8 bar berücksichtigt werden [50].

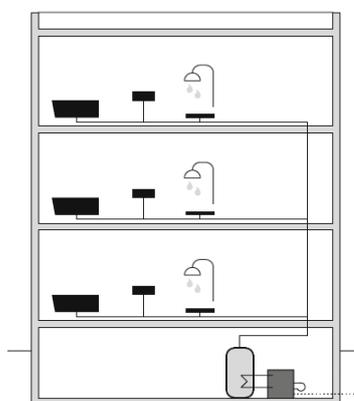


Abbildung 11.8: Zentrale Warmwasseraufbereitung über Heizkessel mit Speicher [8]

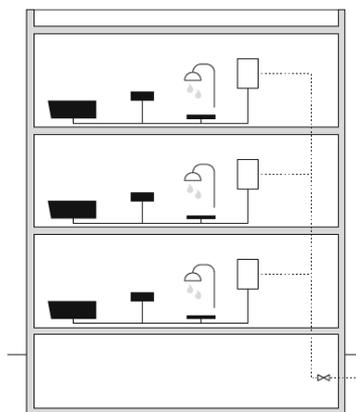


Abbildung 11.9: Gruppenversorgung mit dezentralen Gaswasserheizgeräten [8]

11.5 Verfügbare Pumpen

Bei der Optimierung soll eine Anlage zusammengestellt werden, deren Kosten über den Nutzungszeitraum minimal sind. Hierzu wird davon ausgegangen, dass der Nutzungszeitraum der DEA 10 Jahre beträgt und die Energiekosten über diese Laufzeit konstant bei 0,30€ pro kWh Strom liegen. Die Einzelpumpen können sowohl parallel als auch seriell miteinander verschaltet werden und die Topologie der Anlage ist flexibel. Es kann also je nach Lastfall im Betrieb umgeschaltet werden.

Bei der Optimierung werden für jede Anlage je zwei verschiedene Pumpenpools mit fünf Einzelpumpen zur Verfügung gestellt. Hierzu wird die „Economy MHIE“- Baureihe des Pumpenherstellers „Wilo“ genutzt. Der erste Pumpenpool besteht aus den ersten fünf Pumpen (Serie 2xx bis 403) der Baureihe mit im Vergleich zu den anderen Pumpen hohem Verhältnis von maximaler Förderhöhe zum maximalen Förderstrom. Der zweite Pumpenpool besteht dagegen aus den zweiten fünf Pumpen der Baureihe (Serie 404 bis 16xx). Diese haben im Gegensatz zu den Pumpen aus dem ersten Pool ein höheres Verhältnis aus Förderstrom zu Förderhöhe. Eine Übersicht der Baureihenkenlinien ist Abbildung 11.10 zu entnehmen. Die Aufteilung auf die beiden Pumpenpools sowie die Kaufpreise der Pumpen inkl. MwSt. für die Optimierung sind in den Tabellen 11.4 und 11.5 zusammengestellt. Die Preise dienen lediglich als Richtwert und sind dem Preisvergleichsportal „Kostenscout.de“ [33] entnommen.

Alle möglichen Kombinationen der Ausprägungen können Tabelle 11.6 entnommen werden.

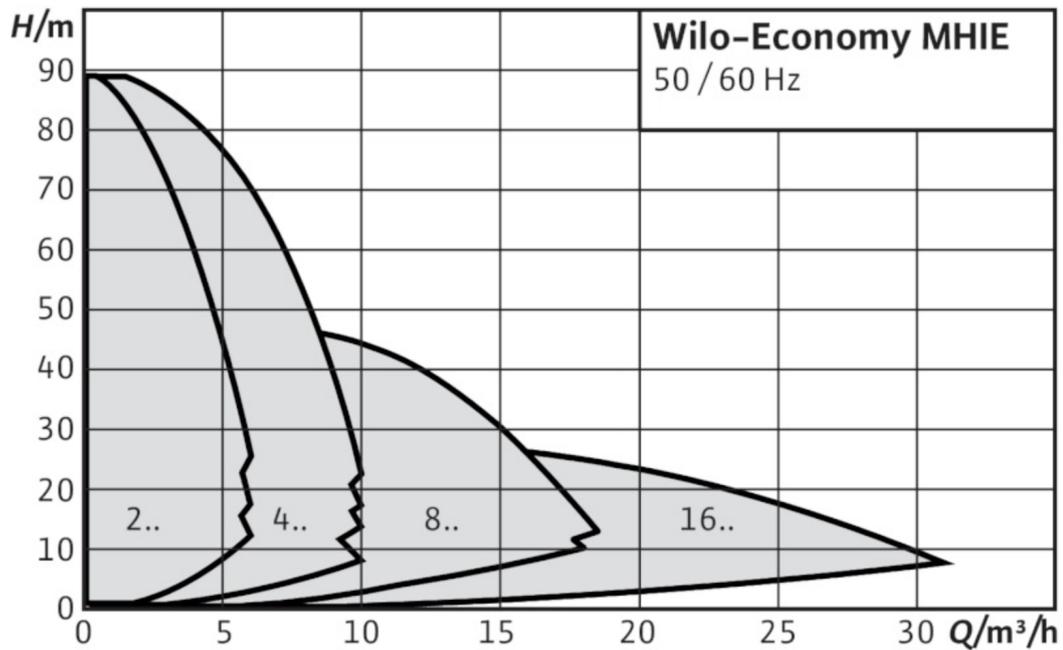


Abbildung 11.10: Baureihenkenlinien - Wilo Economy MHIE [65]

Hersteller	Serie	Typ	Preis inkl. MwSt.
Wilo	Economy MHIE	203N	1.727 €
Wilo	Economy MHIE	205N-2G	1.805 €
Wilo	Economy MHIE	206N	2.083 €
Wilo	Economy MHIE	402N	1.795 €
Wilo	Economy MHIE	403N-2G	1.831 €

Tabelle 11.4: Verfügbare Einzelpumpen - Pumpenpool 1

Hersteller	Serie	Typ	Preis inkl. MwSt.
Wilo	Economy MHIE	404N	2.114 €
Wilo	Economy MHIE	406N-2G	2.898 €
Wilo	Economy MHIE	802N	2.380 €
Wilo	Economy MHIE	803N-2G	3.138 €
Wilo	Economy MHIE	1602N-2G	3.046 €

Tabelle 11.5: Verfügbare Einzelpumpen - Pumpenpool 2

Gebäude	Nutzung	Wassererwärmung	Pumpen
15 Stw., 350 qm	Wohnhaus	zentral	Pool 1
			Pool 2
		dezentral	Pool 1
			Pool 2
	Büro	zentral	Pool 1
			Pool 2
		dezentral	Pool 1
			Pool 2
	Krankenhaus	zentral	Pool 1
			Pool 2
		dezentral	Pool 1
			Pool 2
10 Stw., 700 qm	Wohnhaus	zentral	Pool 1
			Pool 2
		dezentral	Pool 1
			Pool 2
	Büro	zentral	Pool 1
			Pool 2
		dezentral	Pool 1
			Pool 2
	Krankenhaus	zentral	Pool 1
			Pool 2
		dezentral	Pool 1
			Pool 2

Tabelle 11.6: Ausprägungskombinationen der Testinstanzen

12 Berechnung von Testinstanzen

In diesem Kapitel wird beispielhaft der Berechnungsgang für die Ermittlung der Daten einer Testinstanz betrachtet. Die hier aufgeführte Berechnung geht über die Ermittlung der benötigten Daten hinaus und soll diese im Kontext zeigen. Zudem wird vereinfacht angenommen, dass die dynamischen Druckverluste denen bei maximalem Förderstrom entsprechen. Tatsächlich nehmen diese jedoch mit niedrigerem Förderstrom ab. Die optimierte DEA bzw. deren Energieverbrauch wird somit leicht überschätzt. Die Grundlage stellen die DIN 1988-3 bzw. DIN 1988-5 dar [17, 18]. Die Berechnung orientiert sich an diesen DIN-Richtlinien und ist angelehnt an die von KSB [34] empfohlene Vorgehensweise. In der Nachbarschaft und somit in der Versorgungs-Druckzone des Hochhauses befinden sich hauptsächlich Gebäude mit vier Obergeschossen. In diesem Beispiel werden die benötigten Daten für das als Wohnhaus genutzte Gebäude G15/350 mit dezentraler Gruppen-Trinkwassererwärmung berechnet.

Die vom Wasserversorgungsunternehmen (WVU) festgelegten Anschlussdaten werden wie folgt angenommen:

- Mind. verfügbarer Druck an der Übergabestelle des WVU ($SPLN = 4 \text{ bar}$) [16]
- Max. Versorgungsdruck ($p_{max,V} = 6 \text{ bar}$) [54]
- Flügelradzähler

Der Anschluss der DEA soll, wie in Abbildung 12.1 gezeigt erfolgen. Zudem soll eine DEA der Bauart mit stufenloser Drehzahlregelung aller Pumpen realisiert werden.

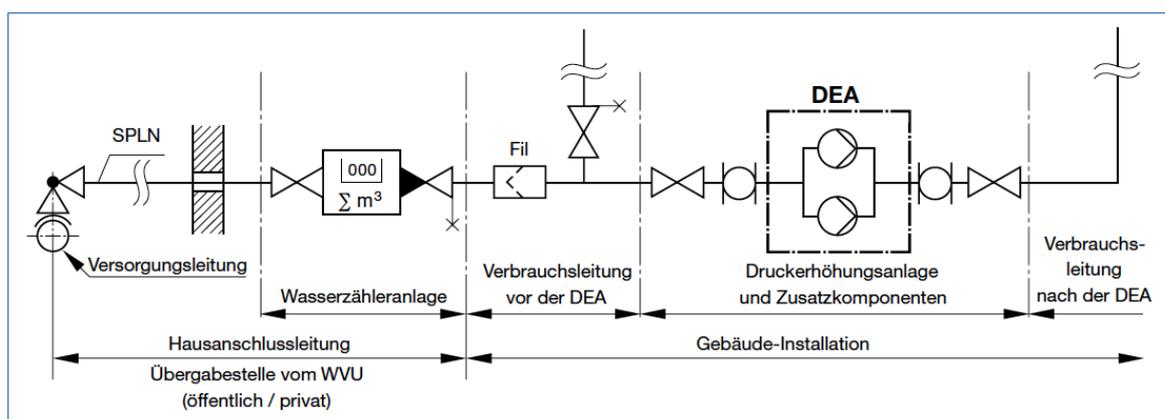


Abbildung 12.1: Fließschema des unmittelbaren Anschlusses einer DEA [34]

12.1 Ermittlung des Förderstroms der Druckerhöhungsanlage

Zunächst ist der Summendurchfluss einer einzelnen Wohneinheit zu ermitteln. Dies erfolgt durch die Aufsummierung der Durchflüsse der einzelnen Positionen der Ausstattung. Die theoretischen Werte können Abbildung 14.1 aus dem Anhang entnommen werden. Dabei ist zu beachten, dass gemäß DIN 1988-3 bei Vorhandensein von Badewanne und Duschwanne in einer Nutzungseinheit lediglich diejenige Position mit in die Berechnung eingeht, die den höheren Durchfluss aufweist, da in der Regel davon ausgegangen wird, dass nur eine Position zur gleichen Zeit benutzt wird. Bei den Verbrauchern mit Mischarmaturen (Dusche, Badewanne, Waschtische, Küchenspüle) werden jeweils die Warm- und die Kaltwasserleitung berücksichtigt. Somit ergibt sich für eine Wohneinheit:

- 2 WC's 0,26 l/s
- 1 Badewanne 0,00 l/s
- 1 Duschwanne 0,30 l/s
- 2 Waschtische 0,28 l/s
- 1 Waschmaschine 0,15 l/s
- 1 Spülmaschine 0,07 l/s
- 1 Küchenspüle 0,14 l/s

Der Wasserdurchfluss pro Wohneinheit beträgt 1,2 l/s. Zur Berechnung des gesamten Summendurchflusses wird dieser Wert auf 75 Wohneinheiten bezogen.

$$\begin{aligned}
 \sum \dot{V}_R &= N_{WE} \cdot \dot{V}_R \\
 &= 75 \cdot 1,2 \text{ l/s} \\
 &= 90 \text{ l/s}
 \end{aligned}
 \tag{12.1}$$

Somit ergibt sich der Summendurchfluss ($\sum \dot{V}_R$) zu 90 l/s. Aufgrund des Nutzungsverhaltens wird dieser Wert real nicht erreicht. Zur Berechnung eines realitätsnäheren Durchflusses kann nach DIN 1988-3 folgende Gleichung verwendet werden:

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_S &= a \cdot (\sum \dot{V}_R)^b - c \\
 &= 1,48 \cdot (90 \text{ l/s})^{0,19} - 0,94 \\
 &= 2,54 \text{ l/s}
 \end{aligned}
 \tag{12.2}$$

Mit den Konstanten a, b und c aus Abbildung 14.2 für den Spitzendurchfluss von Wohngebäuden ergibt sich ein realistischer Spitzendurchfluss von $2,54 \text{ l/s}$ bzw. $9,14 \text{ m}^3/\text{h}$. Dieser Durchfluss muss von der DEA mindestens gefördert werden können. Demnach wird der Spitzendurchfluss mit dem Betriebsförderstrom der DEA (Q_B) gleichgesetzt, insofern keine Normalzone vorhanden ist. Ist dies der Fall, reduziert sich der Spitzendurchfluss um den Anteil der Normalzone. Anstatt den Spitzendurchfluss jeder Zone getrennt zu berechnen wird hier angenommen, dass der jeweilige Spitzendurchfluss trotz verschiedener Druckzonen linear von der Stockwerkanzahl abhängt.

$$\dot{V}_{S,ohneNZ} = \dot{V}_{max,P} = Q_B = 9,14 \text{ m}^3/\text{h} \quad (12.3)$$

12.2 Ermittlung von Minimal-, Maximaldruck und Vordruckschwankung vor der Druckerhöhungsanlage

Minimaldruck

Der Minimaldruck tritt als Grenzwert auf, wenn bei minimalen Versorgungsdruck *SPLN* gleichzeitig eine maximale Wasserabnahme \dot{V}_S erfolgt. Dabei müssen die dynamischen Druckverluste zwischen der Übergabestelle des WVU und dem Eingang der DEA berücksichtigt werden. Diese ergeben sich aus der Summe der Verluste durch Rohrreibungs- und Einzelwiderstände in der Hausanschlussleitung Δp_{HAL} , dem Druckverlust des Wasserzählers Δp_{WZ} sowie der Verluste durch den Wasserfilter Δp_{AP} .

Die Verluste durch Rohrreibungs- und Einzelwiderstände in der Hausanschlussleitung können, wenn keine Angaben des WVU oder über die Hausanschlussleitung keine hydraulisch relevanten Daten vorliegen, pauschal mit $\Delta p_{HAL} = 0,2 \text{ bar}$ angesetzt werden. [26]

Die Druckverluste durch den Wasserzähler Δp_{WZ} ergeben sich nach Gleichung (12.4). Dabei können die Werte für \dot{V}_{max} und Δp aus den Abbildungen 14.3 und 14.4 unter Berücksichtigung der gegebenen Anschlussdaten (Flügelradzähler, senkrecht) entnommen werden. Es ist dabei jeweils der nächstgrößere oder nächstkleinere Wasserzähler zu wählen.

$$\begin{aligned} \Delta p_{WZ} &= \left(\frac{\dot{V}_S}{\dot{V}_{max}} \right)^2 \cdot \Delta p \\ &= \left(\frac{9,14 \text{ m}^3/\text{h}}{12 \text{ m}^3/\text{h}} \right)^2 \cdot 1 \text{ bar} \\ &= 0,58 \text{ bar} \end{aligned} \quad (12.4)$$

Bei der Berechnung der Filterverluste nach Gleichung (12.5) kann, falls keine genauen Daten über den genutzten Filter vorhanden sind, das zur Druckverlustberechnung benötigte Δp pauschal als $0,2 \text{ bar}$ angenommen werden. Somit ergeben sich die Druckverluste durch den Filter Δp_{AP} zu:

$$\begin{aligned}\Delta p_{AP} &= \left(\frac{\dot{V}_S}{\dot{V}_{max}}\right)^2 \cdot \Delta p \\ &= \left(\frac{9,14 \text{ m}^3/\text{h}}{12 \text{ m}^3/\text{h}}\right)^2 \cdot 0,2 \text{ bar} \\ &= 0,12 \text{ bar}\end{aligned}\quad (12.5)$$

Dies ergibt einen Minimaldruck von:

$$\begin{aligned}p_{vor,min} &= SPLN - \Delta p_{HAL} - \Delta p_{WZ} - \Delta p_{AP} \\ &= (4 - 0,2 - 0,58 - 0,12) \text{ bar} \\ &= 3,1 \text{ bar}\end{aligned}\quad (12.6)$$

Maximaldruck

Der Maximaldruck tritt auf, wenn beim maximalen Versorgungsdruck $p_{max,V}$ gleichzeitig eine minimale Wasserentnahme erfolgt. In diesem Grenzfall entfallen die dynamischen Druckverluste in der zulaufseitigen Installation. Somit ist der Maximaldruck gleich dem maximalen Versorgungsdruck.

$$p_{vor,max} = p_{max,V} = 6 \text{ bar}\quad (12.7)$$

Vordruckschwankung

Die Vordruckschwankung Δp_{vor} ergibt sich aus der Differenz von Maximal- und Minimaldruck.

$$\begin{aligned}\Delta p_{vor} &= p_{vor,max} - p_{vor,min} \\ &= (6 - 3,1) \text{ bar} \\ &= 2,9 \text{ bar}\end{aligned}\quad (12.8)$$

Demnach muss die DEA mit einer Vordruckschwankung Δp_{vor} von $2,9 \text{ bar}$ sicher funktionieren. Je nach Anlagentyp sind deshalb gegebenenfalls Schutzkonzepte, wie zulaufseitige Druckminderer, zu realisieren. In dem hier betrachteten Anschlussfall ist dies allerdings, aufgrund der stufenlos regelbaren Pumpen, nicht notwendig.

12.3 Ermittlung des erforderlichen Druckes nach der Druckerhöhungsanlage

Der erforderliche Druck nach der DEA p_{nach} ergibt sich aus der Summe des geodätischen Druckverlusts Δp_{geo} , der Rohrreibungs- und Einzelwiderstandsverluste nach der DEA $\sum(\Delta p_R + \Delta p_E)$, dem Mindestfließdruck am Verbraucher $p_{min,Fl}$ und der Apparateverluste Δp_{AP} .

Geodätischer Druckverlust

Der geodätische Druckverlust Δp_{geo} wird aus der Stockwerkanzahl N und der Stockwerkhöhe H_{Stw} bestimmt. Das Kellergeschoss zählt dabei nicht als Stockwerk.

$$\begin{aligned}\Delta p_{geo} &= N \cdot H_{Stw} \cdot 0,1 \text{ bar/m} \\ &= 15 \cdot 3 \text{ m} \cdot 0,1 \text{ bar/m} \\ &= 4,5 \text{ bar}\end{aligned}\tag{12.9}$$

Rohrreibungs- und Einzelwiderstandsverluste

Die gemessene Rohrleitungslänge zwischen der DEA und der hydraulisch ungünstigsten Entnahmestelle beträgt in diesem Szenario ca. 70 m ($H_{Gebäude} + 5 \cdot N_{WE}$). Die genaue Berechnung erfolgt nach DIN 1988-3. Gemäß Abbildung 14.6 können die Rohrreibungs- und Einzelwiderstandsverluste $\Delta p_R + \Delta p_E$ mit 0,015 bar/m angesetzt werden.

$$\begin{aligned}\sum(\Delta p_R + \Delta p_E) &= l_{Rohr} \cdot 0,015 \text{ bar/m} \\ &= 70 \text{ m} \cdot 0,015 \text{ bar/m} \\ &= 1,05 \text{ bar}\end{aligned}\tag{12.10}$$

Mindestfließdruck am Verbraucher

Der Mindestfließdruck am Verbraucher $p_{min,Fl}$ kann aus Abbildung 14.1 im Anhang entnommen werden. Es handelt sich dabei um den maximalen Wert des benötigten Mindestfließdrucks einer vorhandenen Entnahmearmatur, hier der Waschmaschine mit 1 bar.

Apparate-Verluste

Im betrachteten Szenario sind eigene Wohnungswasserzähler in der Rohrleitung vorhanden. Dabei tritt die Besonderheit auf, dass der Spitzendurchfluss bei der Betrachtung

einer einzigen Nutzungseinheit nicht über die allgemeine Formel berechnet wird, sondern sich aus der Summe der zwei Verbraucher mit dem größten Durchfluss ergibt. Im vorliegenden Fall sind dies die Waschmaschine und die Kaltwasserleitung der Duscharmatur. Diese ergeben einen Spitzendurchfluss von $0,3 \text{ l/s}$ je WE. Die Verluste durch die dezentrale Gruppen-Trinkwassererwärmung Δp_{TE} wird vereinfacht mit $0,8 \text{ bar}$ berücksichtigt. [50] Gegebenenfalls benötigte verbrauchsseitige Druckminderer sind für die Berechnung nicht relevant. Die Apparate-Verluste Δp_{AP} betragen demnach:

$$\begin{aligned}\Delta p_{AP} &= \left(\frac{\dot{V}_S}{\dot{V}_{max}}\right)^2 \cdot \Delta p_{W_oWZ} + \Delta p_{TE} \\ &= \left(\frac{1,08 \text{ m}^3/\text{h}}{1,2 \text{ m}^3/\text{h}}\right)^2 \cdot 0,25 \text{ bar} + 0,8 \text{ bar} \\ &= 1 \text{ bar}\end{aligned}\tag{12.11}$$

Erforderlicher Druck nach der Druckerhöhungsanlage

Der erforderliche Druck nach der DEA p_{nach} , welcher auch als Einschaltdruck p_{EIN} bezeichnet wird, ergibt sich zu:

$$\begin{aligned}p_{nach} &= \Delta p_{geo} + \sum(\Delta p_R + \Delta p_E) + p_{min,Fl} + \Delta p_{AP} \\ &= (4,5 + 1,05 + 1 + 1) \text{ bar} \\ &= 7,55 \text{ bar} \\ &\approx 7,6 \text{ bar} \\ &= p_{EIN}\end{aligned}\tag{12.12}$$

12.4 Ermittlung der Stockwerke ohne Druckerhöhungsanlage

Die Anzahl der Stockwerke die ohne eine DEA mit Wasser versorgt werden können $N_{ohneDEA}$ ergibt sich nach Gleichung (12.13). Im vorliegenden Fall beträgt der Fließdruck am Verbraucher p_{Fl} 1 bar . Die Werte für die Fließdrücke können Abbildung 14.5 entnommen werden. Durch die gegebene Stockwerkhöhe von 3 m ergibt sich der Druckverlust je Stockwerk Δp_{Stw} zu $0,3 \text{ bar}$. Bei den dynamischen Druckverlusten aus Rohrleitungs- und Einzelwiderständen $\sum(\Delta p_R + \Delta p_E)$ werden die horizontalen und vertikalen Anteile der Rohrleitung gesondert betrachtet. Die horizontale Rohrleitungslänge beträgt in diesem Szenario 25 m . Zudem müssen die ebenfalls dynamischen Verluste durch Apparate in der verbrauchsseitigen Leitung berücksichtigt werden. Diese sind der Wohnungswasserzähler und die Gruppen-Trinkwassererwärmung aus dem vorherigen Unterkapitel mit $\Delta p_{AP} = 1 \text{ bar}$.

$$\begin{aligned}
N_{ohne\ DEA} &\leq \frac{p_{vor,min} - p_{Fl} - \Delta p_{AP} - \Delta p_{Stw,dyn,horizontal}}{\Delta p_{Stw} + \Delta p_{Stw,dyn,vertikal}} \\
&\leq \frac{(3,1 - 1 - 1 - 0,375) \text{ bar}}{(0,3 + 0,045) \text{ bar}} \\
&\leq 2,1 \\
&= 2 \quad (\text{Wert wird immer abgerundet})
\end{aligned} \tag{12.13}$$

Somit müssen alle Stockwerke ab dem 2. OG an die DEA angeschlossen werden. Die Normalzone besteht aus dem EG und dem 1. OG. Diese können noch durch den Netzdruck versorgt werden.

12.5 Ermittlung der erforderlichen Druckhöhe der Druckerhöhungsanlage

Bei unmittelbarem Anschluss der DEA kann der Vordruck p_{vor} zur Druckerhöhung genutzt werden. Da bei einer, wie in diesem Szenario verwendeten, stufenlos geregelten DEA im Normalfall vordruckseitig kein Druckminderer benötigt wird, kann der gesamte Vordruck genutzt werden. Die durch die DEA aufzubringende Druckhöhe beträgt somit:

$$\begin{aligned}
H &= p_{nach} - p_{vor,min} \cdot 10 \text{ m/bar} \\
&= (7,6 - 3,1) \text{ bar} \cdot 10 \text{ m/bar} \\
&= 45 \text{ m}
\end{aligned} \tag{12.14}$$

12.6 Einteilung der Druckzonen

Der maximal zulässige Ruhedruck $p_{max,Fl}$ in Wohngebäuden beträgt 5 bar. Er orientiert sich unter anderem an den Grenzwerten für Sicherheitsventile, Geräuschenstehung und Toilettenspülkästen. Dieser Wert darf in keinem Fall überschritten werden. Der höchste Druck tritt bei Nullabnahme ($Q \approx 0$) auf. Somit werden die dynamischen Druckverluste $\sum(\Delta p_R + \Delta p_E)$ und Δp_{AP} zu 0. Zur Ermittlung des Stockwerks, bis zu welchem die Verbraucher über Druckminderer vor Drücken von mehr als 5 bar geschützt werden müssen, dient die folgende Gleichung. Die Druckverluste je Stockwert von $\Delta p_{Stw} = 0,3 \text{ bar}$ ergeben sich dabei aus der Stockwerkhöhe von 3 m.

$$\begin{aligned}
N_{DZ} &= \frac{p_{nach} - p_{max,Fl}}{\Delta p_{Stw}} \\
&= \frac{(7,6 - 5) \text{ bar}}{0,3 \text{ bar}} \\
&= 8,67 \\
&\approx 9 \quad (\text{Wert wird immer aufgerundet})
\end{aligned} \tag{12.15}$$

Demnach müssen mindestens die ersten neun Stockwerke durch Druckminderer geschützt werden, falls diese an die DEA angeschlossen sind. Da im betrachteten Szenario die ersten beiden Stockwerke nicht an die DEA angeschlossen sind, müssen das 2. bis 8. OG geschützt werden. Alle anderen Stockwerke müssen nicht mit Druckmindernern geschützt werden. Alle Parameter, die zur Berechnung benötigt werden sind nun bestimmt. Die folgenden zwei Unterkapitel sollen die sich hieraus ergebenden Druckverhältnisse an den jeweiligen Stockwerken aufzeigen und den Zweck der bisherigen Berechnungen verdeutlichen.

12.7 Bestimmung des maximalen Stockwerkdrucks

Bei der Ermittlung des maximalen Stockwerkdrucks $p_{(N.Stw),max}$ je Stockwerk werden statische Verhältnisse zugrunde gelegt. Somit treten keine Strömungsverluste durch Rohrreibungs- und Einzelwiderstände $\sum(\Delta p_R + \Delta p_E)$ und durch die ebenfalls dynamischen Apparate-Druckverluste Δp_{AP} auf. Daher gilt:

$$p_{nach} = p_{EIN} = konst. = 7,6 \text{ bar} \quad (12.16)$$

$$\begin{aligned} p_{(N.Stw),max} &= p_{nach} - \Delta p_{(N.Stw),geo} \\ &= p_{nach} - \Delta p_{Stw,geo} \cdot N \end{aligned} \quad (12.17)$$

Beispielhaft ergibt die Berechnung für das 5. OG ($N = 6$) einen maximalen Stockwerkdruck $p_{(6.Stw),max}$ von:

$$\begin{aligned} p_{(6.Stw),max} &= p_{nach} - \Delta p_{(6.Stw),geo} \\ &= p_{nach} - \Delta p_{Stw,geo} \cdot N \\ &= 7,6 \text{ bar} - 0,3 \text{ bar} \cdot 6 \\ &= 5,8 \text{ bar} \end{aligned}$$

Die Werte der maximalen Stockwerkdrücke $p_{(N.Stw),max}$ aller Stockwerke sind in Tabelle 12.1 zusammengefasst.

12.8 Bestimmung des minimalen Stockwerkdrucks

Der Druck nach der DEA p_{nach} ist mit dem Ausgangsdruck p_{EIN} gleichzusetzen. Die Berechnung des minimalen Stockwerkdrucks je Stockwerk $p_{Stw,min}$ erfolgt unter der Annahme der maximalen Wasserentnahme ($Q_N = \dot{V}_S$). Dies führt dazu, dass die dyna-

mischen Druckverluste $\sum(\Delta p_R + \Delta p_E)$ und Δp_{AP} maximal werden. Für die minimalen Stockwerkdrücke $p_{Stw,min}$ gilt:

$$\begin{aligned}\Delta p_{Stw,dyn,vertikal} &= \sum(\Delta p_{R,vertikal} + \Delta p_{E,vertikal}) \cdot \frac{1}{N} \\ &= \frac{45 \text{ m} \cdot 0,015 \text{ bar/m}}{15} \\ &= 0,045 \text{ bar}\end{aligned}\tag{12.18}$$

$$\begin{aligned}\Delta p_{Stw,ges} &= \Delta p_{Stw,geo} + \Delta p_{Stw,dyn,vertikal} \\ &= (0,3 + 0,045) \text{ bar} \\ &= 0,345 \text{ bar}\end{aligned}\tag{12.19}$$

$$\begin{aligned}p_{(N.Stw),min} &= p_{nach} - \Delta p_{(N.Stw),ges} - \Delta p_{AP} - \Delta p_{Stw,dyn,horizontal} \\ &= p_{nach} - \Delta p_{Stw,ges} \cdot N - \Delta p_{AP} - \Delta p_{Stw,dyn,horizontal}\end{aligned}\tag{12.20}$$

Dies führt beispielsweise für das 5. OG ($N = 6$) zu einem minimalen Stockwerkdruck $p_{(6.Stw),min}$ von:

$$\begin{aligned}p_{(6.Stw),min} &= p_{nach} - \Delta p_{(6.Stw),ges} - \Delta p_{AP} - \Delta p_{Stw,dyn,horizontal} \\ &= p_{nach} - \Delta p_{Stw,ges} \cdot N - \Delta p_{AP} - \Delta p_{Stw,dyn,horizontal} \\ &= 7,6 \text{ bar} - 0,345 \text{ bar} \cdot 6 - 1 \text{ bar} - 0,375 \text{ bar} \\ &= 4,155 \text{ bar} \\ &\approx 4,2 \text{ bar}\end{aligned}$$

Die berechneten Werte der minimalen Stockwerkdrücke $p_{(N.Stw),min}$ aller Stockwerke sind zusammen mit den Werten der maximalen Stockwerkdrücke $p_{(N.Stw),max}$ in Tabelle 12.1 dargestellt.

Für diejenigen Stockwerke, die nicht an die DEA, sondern an die Normalzone angeschlossen sind, erfolgt die Berechnung des maximalen und minimalen Stockwerkdrucks auf Grundlage des minimalen Anschlussdrucks der Hausleitung $p_{vor,min}$.

Etage	Stockwerk	max. Druck [bar]	min. Druck [bar]	Druckzone
EG	1	5,7	1,4	0
1. OG	2	5,4	1	0
2. OG	3	6,7	5,1	1
3. OG	4	6,4	4,8	1
4. OG	5	6,1	4,5	1
5. OG	6	5,8	4,1	1
6. OG	7	5,5	3,8	1
7. OG	8	5,2	3,4	1
8. OG	9	4,9	3,1	1
9. OG	10	4,6	2,7	1
10. OG	11	4,3	2,4	1
11. OG	12	4	2	1
12. OG	13	3,7	1,7	1
13. OG	14	3,4	1,3	1
14. OG	15	3,1	1	1

Tabelle 12.1: Max. und min. Druck je Stockwerk

13 Auswertung

In diesem Kapitel werden die Lösungen der Testinstanzen hinsichtlich Lösungsgüte, Topologie der erzeugten Systeme, Laufzeit sowie Lösungsverlauf betrachtet.

Der verwendete Quellcode, die Berechnungen, Modelle und zugehörigen MIPs der Testinstanzen sowie die Testergebnisse liegen dieser Arbeit auf CD bei. Alle Berechnungen wurden auf einem MacBook Pro Early 2015 mit einem 2,7 GHz Intel Core i5 und 8 GB 1867 Mhz DDR3 Speicher durchgeführt. Die in diesem Kapitel aufgeführten Zeitangaben richten sich nach der tatsächlichen Zeit, die für die Berechnungen nötig war. Um die Laufzeiten vergleichbar zu machen wurden während der Tests alle weiteren Programme geschlossen. Die zugehörigen Prozessorzeiten können zusätzlich den Quelldateien der beigefügten CD entnommen werden.

13.1 Lösungsgüte

Zunächst wird die Lösungsgüte des SA und des Verfahrens zur Generierung von dualen Schranken untersucht.

13.1.1 Simulated Annealing

In den Tabellen 13.1 bis 13.2 sind die Ergebnisse hinsichtlich Zielfunktionswert, den Gesamtkosten über die Nutzungsdauer in €, aufgeteilt in die drei Anwendungsbereiche, Bürogebäude, Wohngebäude und Krankenhaus dargestellt. Die Aufteilung in die verschiedenen Anwendungsbereiche wird aufgrund der innerhalb der Bereiche ähnlichen Kosten vorgenommen. z_{SA} sind die Kosten der DEA, deren Topologie mittels SA gefunden wurde. z ist dabei die zugehörige duale Schranke und gap_z die Optimalitätslücke, die prozentuale Abweichung zwischen Kosten des mittels SA gefundenen Systems und dualer Schranke. z^* sind die mit Hilfe des B&B ermittelten optimalen Kosten des Problems und gap_{z^*} die tatsächliche Abweichung der Kosten des mittels SA gefundenen Systems von den Kosten des optimalen Systems.

Testinstanz	z_{SA}	z	gap_z	z^*	gap_{z^*}
G10-700_B_D_MDM_P1	6.007,54	5.962,32	0,76%	6.007,54	0,00%
G10-700_B_D_MDM_P2	6.492,46	6.026,12	7,74%	6.492,46	0,00%
G10-700_B_Z_MDM_P1	4.370,36	4.024,15	8,60%	4.370,36	0,00%
G10-700_B_Z_MDM_P2	4.712,02	4.224,70	11,54%	4.712,02	0,00%
G15-350_B_D_MDM_P1	10.069,90	10.015,90	0,54%	10.069,90	0,00%
G15-350_B_D_MDM_P2	9.115,01	8.116,26	12,31%	9.115,01	0,00%
G15-350_B_Z_MDM_P1	6.571,15	6.162,81	6,63%	6.571,15	0,00%
G15-350_B_Z_MDM_P2	7.002,53	6.288,44	11,36%	7.002,53	0,00%

Tabelle 13.1: SA: Lösungsgüte in € - Bürogebäude

Testinstanz	z_{SA}	z	gap_z	z^*	gap_{z^*}
G10-700_W_D_MDM_P1	24.601,00	24.004,30	2,49%	24.518,10	0,34%
G10-700_W_D_MDM_P2	23.516,20	22.215,40	5,86%	23.516,20	0,00%
G10-700_W_Z_MDM_P1	12.711,90	12.334,20	3,06%	12.711,90	0,00%
G10-700_W_Z_MDM_P2	13.968,60	12.157,00	14,90%	13.968,60	0,00%
G15-350_W_D_MDM_P1	29.360,00	27.570,20	6,49%	29.319,40	0,14%
G15-350_W_D_MDM_P2	28.407,00	24.457,10	16,15%	28.407,00	0,00%
G15-350_W_Z_MDM_P1	20.505,40	19.750,90	3,82%	20.486,40	0,09%
G15-350_W_Z_MDM_P2	19.909,10	17.315,50	14,98%	19.909,10	0,00%

Tabelle 13.2: SA: Lösungsgüte in € - Wohngebäude

Testinstanz	z_{SA}	z	gap_z	z^*	gap_{z^*}
G10-700_K_D_MDM_P1	25.068,10	23.912,40	4,83%	24.607,60	1,87%
G10-700_K_D_MDM_P2	23.704,70	22.127,50	7,13%	23.287,70	1,79%
G10-700_K_Z_MDM_P1	13.315,10	12.659,00	5,18%	13.070,80	1,87%
G10-700_K_Z_MDM_P2	13.946,80	11.168,80	24,87%	13.946,80	0,00%
G15-350_K_D_MDM_P1	27.936,80	26.651,30	4,82%	27.210,70	2,67%
G15-350_K_D_MDM_P2	28.186,40	25.001,00	12,74%	27.377,30	2,96%
G15-350_K_Z_MDM_P1	21.380,80	18.942,90	12,87%	20.974,60	1,94%
G15-350_K_Z_MDM_P2	21.649,00	17.637,20	22,75%	21.041,10	2,89%

Tabelle 13.3: SA: Lösungsgüte in € - Krankenhaus

Bürogebäude

Bei der Klasse der Bürogebäude handelt es sich um die Testinstanzklasse, in der der SA die besten Lösungen finden konnte.

Die mittlere Abweichung der gefundenen Lösung von der dualen Schranke beträgt 7,43% bei einer Standardabweichung von 4,63%. Die Optimalitätslücke liegt zwischen 12,31% und lediglich 0,54%. Die minimale Abweichung ist auch die kleinste auftretende Abweichung von der dualen Schranke.

Tatsächlich handelt es bei den gefundenen Lösungen jedoch in allen Fällen um das global optimale System.

Wohngebäude

In der Testinstanzklasse der Wohngebäude beträgt die mittlere Abweichung der gefundenen Lösungen von den dualen Schranken 8,47% bei einer Standardabweichung von 5,86% und ist somit ähnlich gut wie die der Bürogebäude. Die maximale und minimale Abweichung liegt mit 16,15% bzw. 2,49% leicht höher.

Im Gegensatz zu den Bürogebäuden konnten nicht alle Testinstanzen optimal gelöst werden. Die Abweichung der gefundenen Lösungen vom Optimum beträgt im Mittel

jedoch nur 0,07% bei einer Standardabweichung von 0,12%. Maximal weicht die Lösung dabei um 0,34% ab und in vier von acht Szenarien handelt es sich um die optimale Lösung. Auch für diese Testinstanzen können somit Lösungen nahe des Optimums gefunden werden.

Krankenhaus

Für die Klasse der Krankenhäuser liegt die durchschnittliche Optimalitätslücke mit 11,90% und einer Standardabweichung von 8,07% höher als die der beiden anderen Testinstanzklassen. Die maximale Optimalitätslücke beträgt 24,87%. Im besten Fall wird eine Optimalitätslücke von 4,82% erreicht.

Trotz der im Vergleich zu den anderen beiden Testinstanzklassen schlechtesten Lösungsgüte der durch den SA gefundenen Systeme, beträgt die tatsächliche Abweichung vom Optimum im Mittel nur 2,00% bei einer Standardabweichung von 0,94%. Die maximale Abweichung liegt bei 2,96% und in einer Testinstanz, G10-700_K_Z_MDM_P2, repräsentiert die gefundene Lösung gleichzeitig die optimale Lösung des Problems.

Anzumerken ist, dass es sich bei der Lösung mit der größten Optimalitätslücke, 24,87% in Testinstanz G10-700_K_Z_MDM_P2, jedoch um die optimale Lösung handelt.

Gesamtüberblick

Der Mittelwert der Optimalitätslücke zwischen mittels SA gefundenen Lösungen und dualen Schranken liegt insgesamt bei 9,27% und weist eine Standardabweichung von 6,37% auf.

In 14 von 24 Fällen, also rund 60%, handelt es sich bei der Lösung des SA um das optimale System. Im Mittel weichen die Lösungen um 0,69% bei einer Standardabweichung von 1,08% vom Optimum ab. Ist die Lösung des SA nicht die optimale Lösung, so tritt eine durchschnittliche Abweichung von 1,65%, bei einer Standardabweichung von 1,10%, auf.

13.1.2 Duale Schranken

In den Tabellen 13.4 bis 13.5 sind die Ergebnisse der dualen Schranken z und der optimale Zielfunktionswert z^* der Testinstanzen, gegliedert nach Nutzung des jeweiligen Gebäudes, sowie der Betrag der prozentualen Abweichung der dualen Schranke vom optimalen Zielfunktionswert *gap* dargestellt.

Im Mittel weicht die duale Schranke um 7,45% bei einer Standardabweichung von 5,23% von den Kosten der optimalen Lösung ab. Die maximale Abweichung beträgt 19,92% und im besten Fall liegt die Abweichung bei 0,54%. Anders als bei den Lösungen des SA ist die Güte der dualen Schranken weniger von der Nutzungsart des Gebäudes, als mehr von dem zur Verfügung stehenden Pumpenpool abhängig. Während

die Abweichung für den ersten Pumpenpool durchschnittlich 3,98% bei einer Standardabweichung von 2,86% beträgt, liegt diese beim zweiten Pumpenpool mit 11,16% und einer Standardabweichung von 4,37% deutlich höher. Dies äußert sich zudem in der maximalen Abweichung vom Optimum. Diese liegt für den ersten Pumpenpool bei 9,69%, während sie für den zweiten Pumpenpool 19,92% beträgt. Auch die beste duale Schranke im ersten Pumpenpool ist mit einer Abweichung von 0,54% nahezu um den Faktor 10 besser als für den zweiten Pumpenpool. Dort beträgt diese 4,98%.

Testinstanz	z	z^*	gap
G10-700_B_D_MDM_P1	5.962,32	6.007,54	0,75%
G10-700_B_D_MDM_P2	6.026,12	6.492,46	7,18%
G10-700_B_Z_MDM_P1	4.024,15	4.370,36	7,92%
G10-700_B_Z_MDM_P2	4.224,70	4.712,02	10,34%
G15-350_B_D_MDM_P1	10.015,90	10.069,90	0,54%
G15-350_B_D_MDM_P2	8.116,26	9.115,01	10,96%
G15-350_B_Z_MDM_P1	6.162,81	6.571,15	6,21%
G15-350_B_Z_MDM_P2	6.288,44	7.002,53	10,20%

Tabelle 13.4: Duale Schranken: Lösungsgüte in € - Bürogebäude

Testinstanz	z	z^*	gap
G10-700_W_D_MDM_P1	24.004,30	24.518,10	2,10%
G10-700_W_D_MDM_P2	22.215,40	23.516,20	5,53%
G10-700_W_Z_MDM_P1	12.334,20	12.711,90	2,97%
G10-700_W_Z_MDM_P2	12.157,00	13.968,60	12,97%
G15-350_W_D_MDM_P1	27.570,20	29.319,40	5,97%
G15-350_W_D_MDM_P2	24.457,10	28.407,00	13,90%
G15-350_W_Z_MDM_P1	19.750,90	20.486,40	3,59%
G15-350_W_Z_MDM_P2	17.315,50	19.909,10	13,03%

Tabelle 13.5: Duale Schranken: Lösungsgüte in € - Wohngebäude

Testinstanz	z	z^*	gap
G10-700_K_D_MDM_P1	23.912,40	24.607,60	2,83%
G10-700_K_D_MDM_P2	22.127,50	23.287,70	4,98%
G10-700_K_Z_MDM_P1	12.659,00	13.070,80	3,15%
G10-700_K_Z_MDM_P2	11.168,80	13.946,80	19,92%
G15-350_K_D_MDM_P1	26.651,30	27.210,70	2,06%
G15-350_K_D_MDM_P2	25.001,00	27.377,30	8,68%
G15-350_K_Z_MDM_P1	18.942,90	20.974,60	9,69%
G15-350_K_Z_MDM_P2	17.637,20	21.041,10	16,18%

Tabelle 13.6: Duale Schranken: Lösungsgüte in € - Krankenhaus

13.2 Untersuchung der Topologie

Wie zuvor beschrieben konnte mittels SA nicht in allen Testinstanzen das optimale System gefunden werden. Aus diesem Grund wird in diesem Abschnitt die Testinstanz G15-350_K_D_MDM_P1 auf die unterschiedliche Topologie zwischen des durch SA gefundenen Systems und des optimalen Systems sowie den in den unterschiedlichen Lastszenarien genutzten Teilsystemen eingegangen. Anschließend werden die erlangten Erkenntnisse auf die anderen nicht optimal gelösten Systeme übertragen.

Tabelle 13.7 zeigt die einzelnen Lastszenarien mit zugehörigem zeitlichen Anteil, Förderstrom sowie benötigter Druckhöhe der Testinstanz G15-350_K_D_MDM_P1.

Szenario	Zeitanteil	Förderstrom	Druckhöhe
1	8%	10,49 m ³ /h	48,4m
2	25%	5,25 m ³ /h	48,4m
3	25%	2,62 m ³ /h	48,4m
4	17%	1,05 m ³ /h	48,4m
5	25%	0,52 m ³ /h	48,4m

Tabelle 13.7: G15-350_K_D_MDM_P1 - Lastfälle

Zum Vergleich der Topologien werden die gefundenen Variablenbelegungen in die zugehörigen Systeme bzw. Teilsysteme rückübersetzt. In Abbildung 13.1 ist dies für die optimale Systemtopologie der Testinstanz G15-350_K_D_MDM_P1 dargestellt. Wie zu sehen ist, weist die optimale Topologie eine nicht-serien-parallele Struktur auf, da die Pumpe „Wilco Economy 205 2G“ mit den anderen beiden Pumpen sowohl parallel als auch seriell verschaltet wird. Aufgrund der Restriktion der Systemtopologie auf serien-parallele Strukturen, kann dieses System nicht durch den SA gefunden werden. Das durch den implementierten SA gefundene System ist in Abbildung 13.2 dargestellt. Es fällt auf, dass dieses System dem optimalen System ähnelt. Der Unterschied beider Systeme besteht darin, dass die Pumpe „Wilco Economy 205 2G“ im serien-parallelen System nur parallel und nicht zusätzlich seriell zu den übrigen Pumpen verschaltet wird. Da in beiden Systemen die gleichen Pumpen verbaut werden und somit identische Investitionskosten auftreten, ergibt sich die Kostendifferenz beider Systeme von 726,10 € vollständig aus deren Energiekosten.

Obwohl im optimalen Fall keine serien-parallele Systemtopologie vorliegt, werden jedoch in den einzelnen Lastszenarien ausschließlich serien-parallele Teilsysteme genutzt. Diese sind in den Abbildungen 13.3 bis 13.5 für alle fünf Lastszenarien aufgezeigt. Aus den Abbildungen 13.3 für das erste Lastszenario sowie der Abbildung 13.5 für das vierte bzw. fünfte Lastszenario wird deutlich, weshalb im Fall der optimalen Topologie eine nicht-serien-parallele Struktur vorliegt, obwohl in den einzelnen Lastszenarien lediglich serien-parallele Teile des Systems genutzt werden. Im ersten Lastszenario wird die

Pumpe „Wilco Economy 205 2G“ parallel sowie im vierten und fünften Lastszenario in Reihe zu den übrigen Pumpen betrieben. Kombiniert man diese beiden serien-parallelen Teilsysteme, entsteht das in Abbildung 13.1 gezeigte, nicht-serien-parallele System.

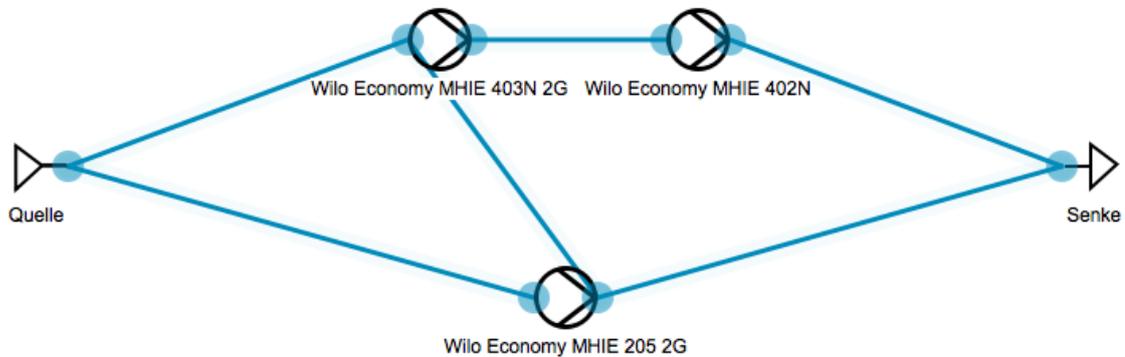


Abbildung 13.1: G15-350_K_D_MDM_P1 - Optimale Lösung: Topologie

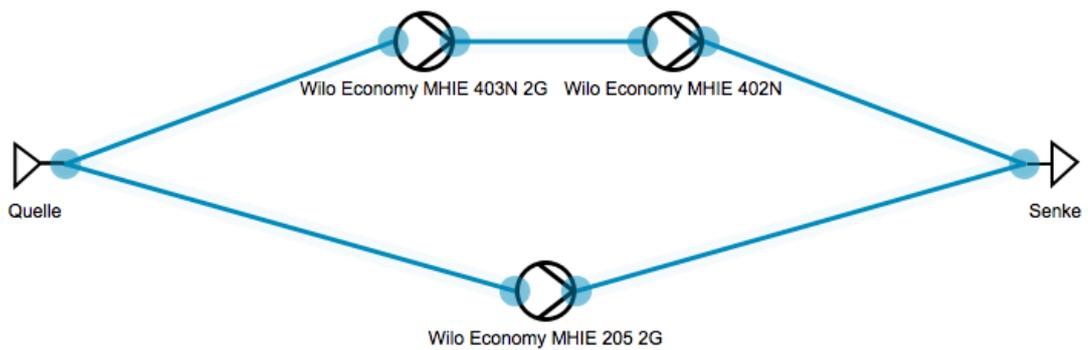


Abbildung 13.2: G15-350_K_D_MDM_P1 - Lösung SA: Topologie

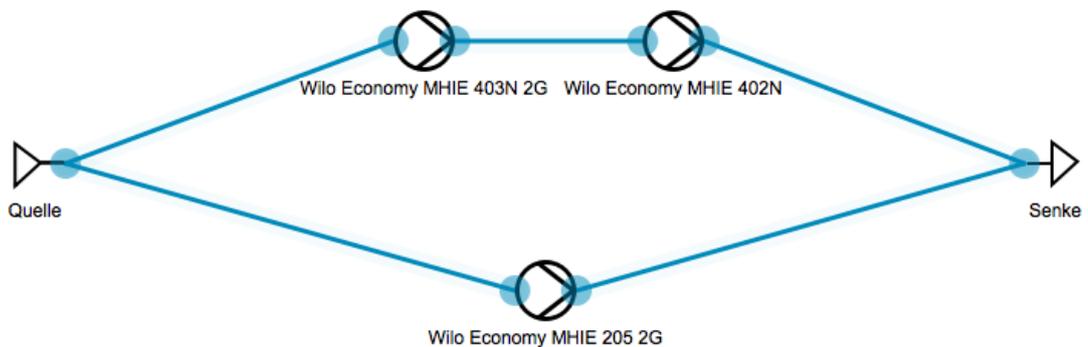


Abbildung 13.3: G15-350_K_D_MDM_P1 - Optimale Lösung: Betrieb Lastfall 1

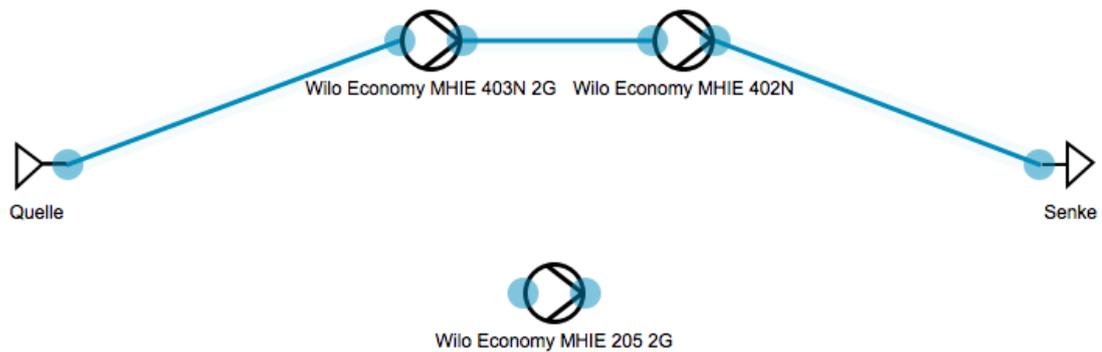


Abbildung 13.4: G15-350_K_D_MDM_P1 - Optimale Lösung: Betrieb Lastfall 2 und 3

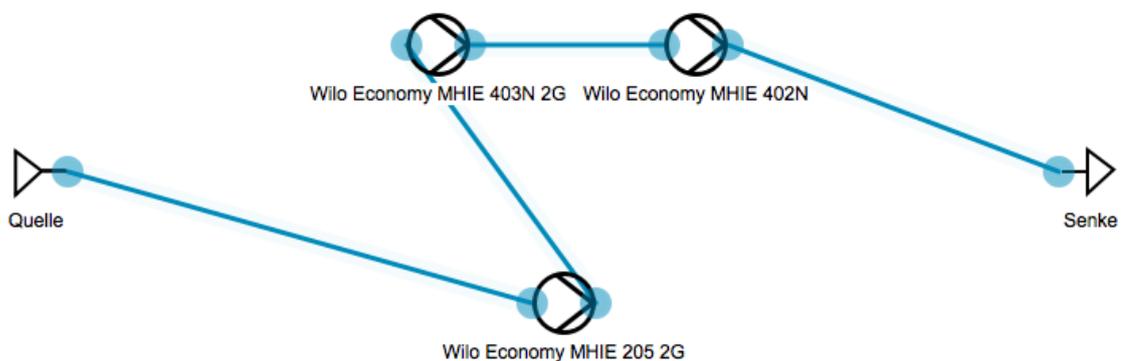


Abbildung 13.5: G15-350_K_D_MDM_P1 - Optimale Lösung: Betrieb Lastfall 4 und 5

In den Abbildungen 13.6 bis 13.8 sind zum Vergleich diejenigen Teilsysteme des mittels SA ermittelten serien-parallelen Gesamtsystems dargestellt, die in den einzelnen Lastszenarien genutzt werden. Im ersten Lastszenario, Abbildung 13.6, wird das gleiche Teilsystem wie im optimalen Fall, Abbildung 13.3, genutzt. Dieses ist gleichzeitig auch das mittels SA gefundene Gesamtsystem. Auch im zweiten Lastszenario, Abbildung 13.7, entspricht das genutzte Teilsystem dem des optimalen Systems aus Abbildung 13.4. Jedoch ergeben sich Unterschiede im vierten bzw. fünften Lastszenario. Bei diesen Lastszenarien fehlt im Vergleich zum optimalen System die serielle Verschaltung der Pumpe „Wilo Economy 205 2G“ mit den übrigen beiden Pumpen. Statt einer Reihenschaltung aller drei Pumpen, wie in Abbildung 13.5, wird daher lediglich die Pumpe „Wilo Economy 205 2G“ genutzt, um den Volumenstrom zu fördern und die erforderliche Druckhöhe aufzubauen. Somit unterschieden sich beide Konfigurationen nur durch den Betrieb im vierten und fünften Lastszenario. Wegen der im Vergleich zu den übrigen Volumenströmen niedrigen Werten im vierten und fünften Lastszenario, ergeben sich über den Nutzungszeitraum von zehn Jahren 726,1 € niedrigere Energiekosten. Dies entspricht einer Einsparung von 72,61 € pro Jahr. Somit entstehen im Hinblick auf die Gesamtkosten nur 2,67% höhere Kosten.

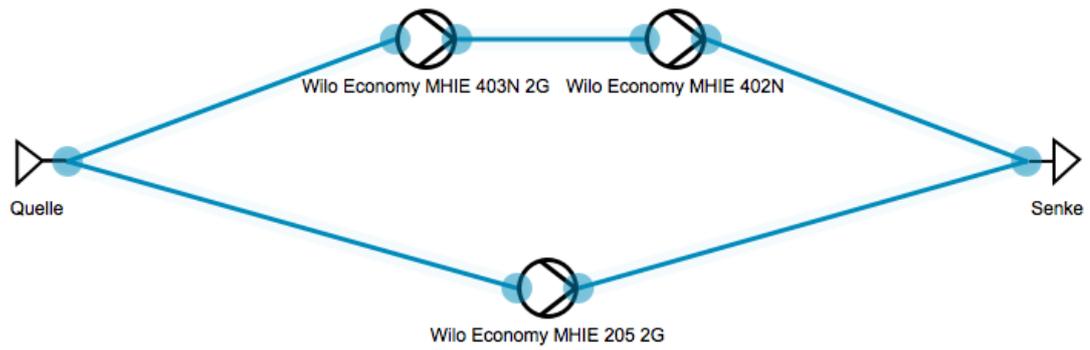


Abbildung 13.6: G15-350_K_D_MDM_P1 - Lösung SA: Betrieb Lastfall 1

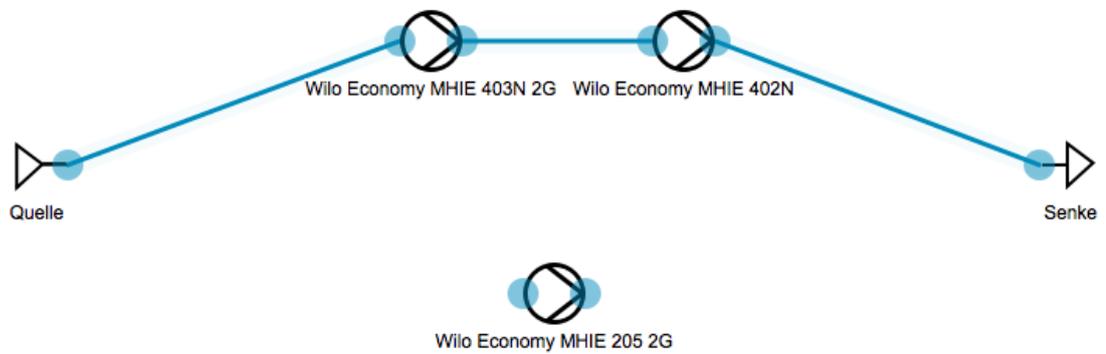


Abbildung 13.7: G15-350_K_D_MDM_P1 - Lösung SA: Betrieb Lastfall 2 und 3

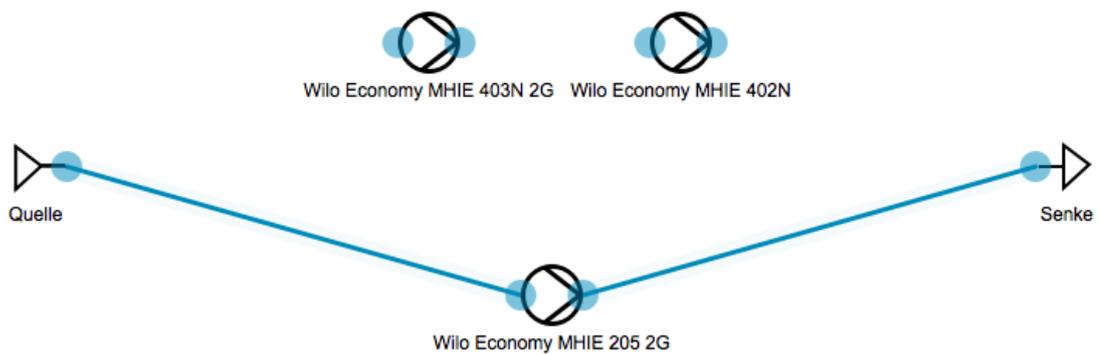


Abbildung 13.8: G15-350_K_D_MDM_P1 - Lösung SA: Betrieb Lastfall 4 und 5

Zudem wurde die Topologie der übrigen neun Testinstanzen, in denen mittels SA nicht das optimale System gefunden wurde, untersucht. In allen Fällen weist das optimale System analog zur diskutierten Testinstanz eine nicht-serien-parallele Struktur auf. Dabei treten die nicht-serien-parallelen Strukturen auf, da Pumpen gleichzeitig seriell und parallel verschaltet werden. Auch in diesen Fällen werden jedoch in den einzelnen Betriebsfällen ausschließlich serien-parallele Teilsysteme genutzt. Die optimalen Gesamtsysteme im Vergleich zu den mittels SA gefundenen Systemen sowie die in den Lastszenarien genutzten Teilsysteme können den Abbildungen im Anhang entnommen werden.

Auffallend ist, dass die mittels SA gefundenen Systeme in allen Fällen die gleichen Pumpen wie das optimale System aufweisen. Auch die durch Rohrverbindungen realisierte Verschaltung der Pumpen ist, außer bei Testinstanz G15-350_K_Z_MDM_P1, immer ein Teilsystem des optimalen Systems. Sie unterscheidet sich nur durch den Wegfall der Rohrverbindungen, die die Nicht-Serien-Parallelität des optimalen Systems herbeiführen. Zusätzlich wird dort wo der Betrieb des optimalen Teilsystems für die einzelnen Lastszenarien aufgrund der Gesamttopologie möglich ist, wie zu erwarten, stets das optimale Teilsystem für das jeweilige Lastszenario genutzt. Bis auf die genannte Ausnahme entspricht die Systemtopologie des mittels SA gefundenen Systems dem Teilsystem, das beim optimalen System im größten Lastszenario genutzt wird. Daher sind die genutzten Teilsysteme im größten Lastszenario bei beiden Systemen identisch. Dieser Zusammenhang tritt auch in der eingangs untersuchten Testinstanz G15-350_K_D_MDM_P1 auf und kann anhand der Abbildungen 13.2, 13.3 sowie 13.6 nachvollzogen werden.

Die Systemtopologien für die Testinstanz G15-350_K_Z_MDM_P1 sind in den Abbildungen 13.9 und 13.10 dargestellt. Wie beschrieben, weisen diese zwar die gleichen Pumpen auf, allerdings unterscheidet sich die Verschaltung der Pumpen im Gegensatz zu den anderen Testinstanzen stärker. Dies kann zwei mögliche Ursachen haben. Zum einen kann ein besseres serien-paralleles System existieren, das nicht vom SA gefunden wurde. Zum anderen kann das gefundene System im vorliegenden Fall besser sein, als das Teilsystem, das im größten Lastszenario genutzt wird. Dieses ist in Abbildung 13.11 dargestellt. Hierzu wurden die Kosten der beiden Systeme miteinander verglichen. Es stellte sich heraus, dass das gefundene System mit Gesamtkosten von 21.380,80 € um 0,9% besser ist, als das serien-parallele Teilsystem, welches im optimalen System zur Erfüllung des größten Lastfalls genutzt wird. Dieses weist Gesamtkosten von 21.577,81 € auf. Somit bildet die Testinstanz eine Ausnahme gegenüber den anderen Testinstanzen.

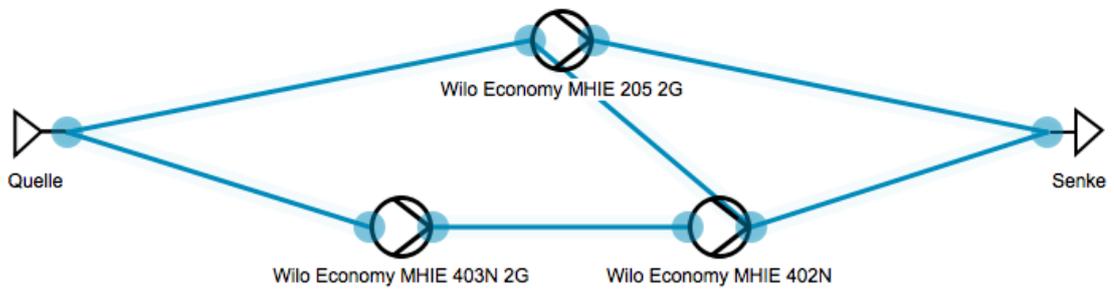


Abbildung 13.9: G15-350_K_Z_MDM_P1 - Optimale Lösung: Topologie

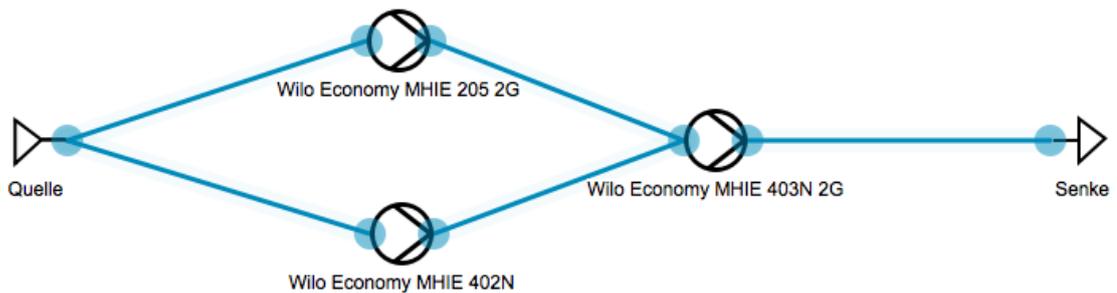


Abbildung 13.10: G15-350_K_Z_MDM_P1 - Lösung SA: Topologie

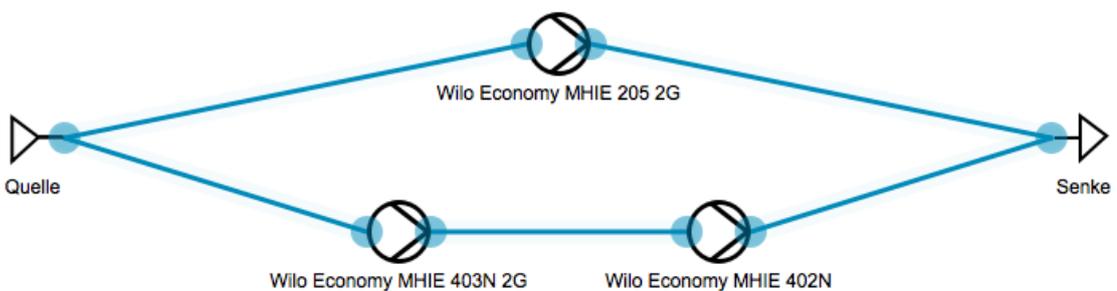


Abbildung 13.11: G15-350_K_Z_MDM_P1 - Optimale Lösung: Betrieb Lastfall 1

Zumeist werden mittels SA dann optimale Systeme gefunden, wenn diese eine niedrige Komplexität, eine vergleichsweise geringe Anzahl an Pumpen und Rohrverbindungen, aufwiesen (vgl. Anhang). Dass bei komplexeren Systemen keine optimalen Lösungen gefunden wurden, liegt nicht am SA, sondern an der Beschränkung auf serien-parallele Systeme. Mit größer werdender Komplexität gewinnen allgemein nicht-serien-parallele Systeme zahlenmäßig an Bedeutung. Zudem weisen diese Systeme den Vorteil auf, dass verbaute Pumpen je nach Bedarf in den unterschiedlichen Lastszenarien parallel und seriell betrieben werden können. Hierdurch ergeben sich im Vergleich zu serien-parallelen Systemen mehr Möglichkeiten ein Lastszenario möglichst energieeffizient zu bedienen, ohne weitere Pumpen zum System hinzuzufügen. Somit entsteht jedoch auch eine größere Anzahl an Verschaltungsmöglichkeiten bei gleicher Komponentenanzahl. Es wird schwieriger gültige Systeme zu erzeugen. Zudem steigt die Größe des Suchraums an. Dies kann sich wiederum nachteilig auf die Lösungsgüte auswirken. Zumal auch innerhalb des auf serien-parallele Systeme beschränkten Suchraums gute Lösungen gefunden werden konnten, deren Zielfunktionswerte um weniger als 3% von denen der optimalen Lösung abweichen.

13.3 Laufzeiten und Laufzeitvergleich

In diesem Unterkapitel werden die Laufzeiten des SA, der Berechnung von dualen Schranken und des B&B vorgestellt. Zusätzlich wird die Laufzeit für die Ermittlung von optimalen Lösungen denen des SA gegenübergestellt.

Die Laufzeit ist in allen Verfahren stark von der jeweiligen Testinstanz abhängig und kann den Tabellen 13.8 bis 13.10 entnommen werden.

Testinstanz	SA	LB	B&B
G10-700_B_D_MDM_P1	139,84	398,10	4.260,34
G10-700_B_D_MDM_P2	142,64	259,60	4.996,01
G10-700_B_Z_MDM_P1	101,66	371,97	7.313,48
G10-700_B_Z_MDM_P2	85,34	207,86	4.148,12
G15-350_B_D_MDM_P1	436,79	811,35	7.541,98
G15-350_B_D_MDM_P2	223,81	310,22	4.847,97
G15-350_B_Z_MDM_P1	353,17	612,48	6.484,13
G15-350_B_Z_MDM_P2	187,97	269,11	5.249,28

Tabelle 13.8: Laufzeiten in Sekunden - Bürogebäude

Testinstanz	SA	LB	B&B
G10-700_K_D_MDM_P1	439,20	801,21	5.947,65
G10-700_K_D_MDM_P2	417,43	741,75	13.614,50
G10-700_K_Z_MDM_P1	274,92	653,20	13.556,90
G10-700_K_Z_MDM_P2	109,45	573,96	9.956,25
G15-350_K_D_MDM_P1	2.411,58	708,55	6.273,07
G15-350_K_D_MDM_P2	659,91	707,10	13.243,40
G15-350_K_Z_MDM_P1	1.162,04	956,66	18.796,40
G15-350_K_Z_MDM_P2	423,50	583,11	12.039,90

Tabelle 13.9: Laufzeiten in Sekunden - Krankenhaus

Testinstanz	SA	LB	B&B
G10-700_W_D_MDM_P1	551,31	1.095,44	10.518,10
G10-700_W_D_MDM_P2	652,07	1.582,30	12.522,40
G10-700_W_Z_MDM_P1	328,89	828,48	8.381,92
G10-700_W_Z_MDM_P2	332,88	686,75	21.472,90
G15-350_W_D_MDM_P1	1.054,24	1.010,19	11.826,80
G15-350_W_D_MDM_P2	290,33	500,53	13.721,30
G15-350_W_Z_MDM_P1	398,67	767,21	10.176,90
G15-350_W_Z_MDM_P2	231,33	426,27	12.361,43

Tabelle 13.10: Laufzeiten in Sekunden - Wohngebäude

Simulated Annealing

Der SA benötigt zur Lösung der Testinstanzen durchschnittlich 475,37 Sekunden, ca. 8 Minuten, bei einer Standardabweichung von 494,61 Sekunden. Dabei treten jedoch große Schwankungen auf. So beträgt die maximale Laufzeit 2.411,58 Sekunden und die minimale Laufzeit lediglich 85,34 Sekunden. Die Laufzeiten unterscheiden sich dabei im minimalen und maximalen Fall um den Faktor 30. Diese unterschiedlichen Laufzeiten des SA resultieren aus der Größe der Systeme. Erfolgen viele Berechnungen in einer Nachbarschaft mit einer Vielzahl an verbauten Komponenten, so dauern diese länger, da die Anzahl möglicher Teilsysteme zur Deckung der Last wächst.

Duale Schranken

Zur Berechnung der dualen Schranken werden im Mittel 660,97 Sekunden, ca. 11 Minuten, bei einer Standardabweichung von 311,57 Sekunden und damit in den meisten Fällen mehr Zeit als für den SA benötigt. Die höchste Laufzeit beträgt dabei 1.582,3 Sekunden, während die niedrigste gemessene Laufzeit bei 207,86 Sekunden liegt.

Branch-and-Bound

Die optimale Lösung der Testinstanzen mittels B&B erfordert die höchsten Laufzeiten. Durchschnittlich werden hier 9.968,8 Sekunden, ca. 2,75 Stunden, bei einer Standardabweichung von 4.562,11 Sekunden benötigt. Wobei die niedrigste Laufzeit 4.148,12 Sekunden und die höchste Laufzeit 21.472,9 Sekunden beträgt. Als anfängliche obere Schranke wurde die beste Lösung des SA verwendet. Diese Zeit wird hier allerdings vernachlässigt. Falls die anfängliche obere Schranke bereits die optimale Lösung darstellt, liegt die Laufzeit des B&B mit durchschnittlich 8.804,11 Sekunden, aufgrund der besseren anfänglichen oberen Schranke, niedriger als bei den übrigen Testinstanzen. Für diese beträgt die durchschnittliche Laufzeit 11.599,36 Sekunden und ist somit um 31,75% höher.

Laufzeitvergleich

Zum Vergleich der Laufzeiten wird die Laufzeit des B&B zu der des SA ins Verhältnis gesetzt. Die ermittelten Faktoren der einzelnen Testinstanzen können den Tabellen 13.11 bis 13.13 entnommen werden.

Testinstanz	B&B/SA	B&B/(SA+LB)
G10-700_B_D_MDM_P1	30,47	7,92
G10-700_B_D_MDM_P2	35,03	12,42
G10-700_B_Z_MDM_P1	71,94	15,44
G10-700_B_Z_MDM_P2	48,61	14,15
G15-350_B_D_MDM_P1	17,27	6,04
G15-350_B_D_MDM_P2	21,66	9,08
G15-350_B_Z_MDM_P1	18,36	6,71
G15-350_B_Z_MDM_P2	27,93	11,48

Tabelle 13.11: Laufzeitvergleich - Bürogebäude

Testinstanz	B&B/SA	B&B/(SA+LB)
G10-700_K_D_MDM_P1	13,54	4,79
G10-700_K_D_MDM_P2	32,62	11,74
G10-700_K_Z_MDM_P1	49,31	14,61
G10-700_K_Z_MDM_P2	90,97	14,57
G15-350_K_D_MDM_P1	2,60	2,01
G15-350_K_D_MDM_P2	20,07	9,69
G15-350_K_Z_MDM_P1	16,18	8,87
G15-350_K_Z_MDM_P2	28,43	11,96

Tabelle 13.12: Laufzeitvergleich - Krankenhaus

Testinstanz	B&B/SA	B&B/(SA+LB)
G10-700_W_D_MDM_P1	19,08	6,39
G10-700_W_D_MDM_P2	19,20	5,60
G10-700_W_Z_MDM_P1	25,49	7,24
G10-700_W_Z_MDM_P2	64,51	21,06
G15-350_W_D_MDM_P1	11,22	5,73
G15-350_W_D_MDM_P2	47,26	17,35
G15-350_W_Z_MDM_P1	25,53	8,73
G15-350_W_Z_MDM_P2	53,44	18,80

Tabelle 13.13: Laufzeitvergleich - Wohngebäude

Durchschnittlich liegt die Laufzeit des B&B dabei um den Faktor 32,94 höher. Jedoch tritt eine Standardabweichung von 21,24 auf. So ist die Laufzeit des B&B im schlechtesten Fall 90,97-mal und im besten Fall nur 2,6-mal höher als die des SA.

Da bei isolierter Betrachtung der Lösungen des SA keine Aussage über deren Qualität getroffen werden kann, wird zusätzlich die Laufzeit zur Berechnung der dualen Schranken berücksichtigt. Bei dieser Betrachtung liegt die Laufzeit des B&B durchschnittlich 10,52-mal so hoch. Die Standardabweichung beträgt 4,82. Der B&B benötigt in den betrachteten Testinstanzen maximal die 21,06-fache und minimal die 2,01-fache Laufzeit des SA. Zusätzlich ist anzumerken, dass auch hier die Laufzeit des SA, als anfängliche obere Schranke für den B&B, vernachlässigt wird.

13.4 Lösungsverlauf

In diesem Unterkapitel wird der Lösungsverlauf des SA sowie des B&B jeweils für eine durch den SA optimal als auch für eine durch den SA nicht optimal gelöste Testinstanz aufgezeigt. Die beiden Testinstanzen sind so gewählt, dass sie stellvertretend für die übrigen Testinstanzen stehen. Es handelt sich dabei um die Testinstanzen G15-350_W_D_MDM_P2 bzw. G15-350_K_D_MDM_P1.

13.4.1 Simulated Annealing

In Abbildung 13.12 ist der Verlauf der besten durch den SA gefundenen Lösung der Testinstanz G15-350_W_D_MDM_P2 aufgezeigt. Zusätzlich sind die durch den B&B gefundene optimale Lösung sowie die duale Schranke eingezeichnet. Ausgehend von der Startlösung mit 30.031,80 € werden zwei weitere Verbesserungen, auf 29.312,70 € und schließlich auf die optimalen Kosten von 28.407,00 €, gefunden. Die beste Lösung tritt nach einer Laufzeit von 24,1676 Sekunden erstmalig auf. Insgesamt kann die Startlösung somit um 1.624,80 €, 5,41%, verbessert werden. Wie zu sehen ist, nähert sich die beste Lösung des SA schrittweise der optimalen Lösung an, bis diese schließlich erreicht wird.

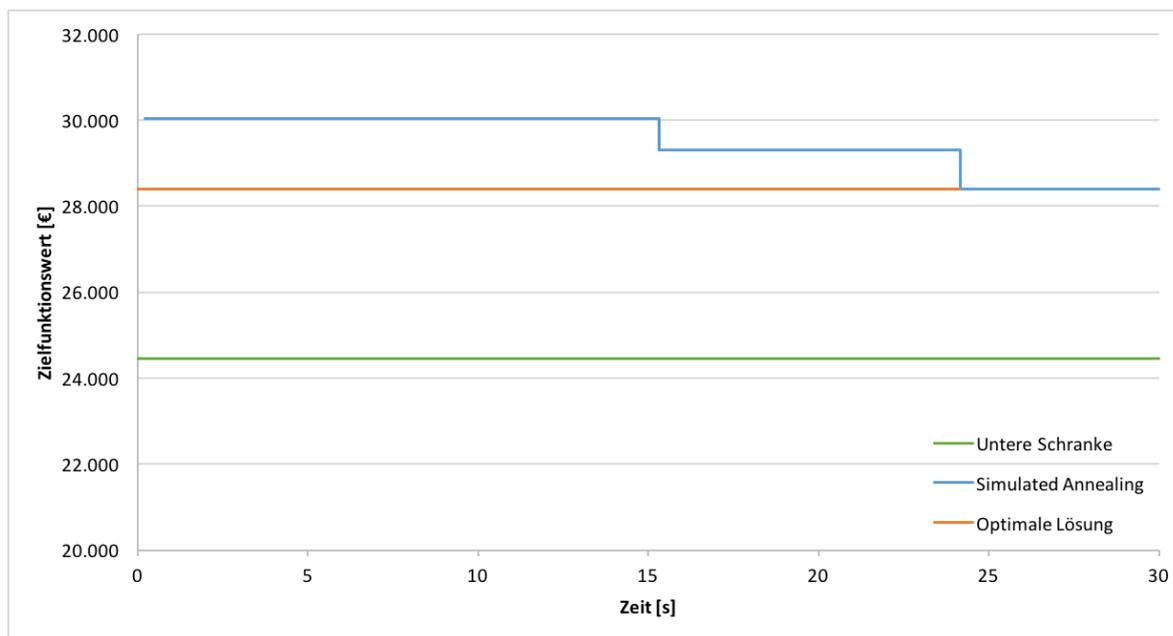


Abbildung 13.12: G15-350_W_D_MDM_P2 - Lösungsverlauf SA: Beste Lösung

Im Falle der Testinstanz G15-350_K_D_MDM_P1 ergibt sich, wie in Abbildung 13.13 gezeigt, ein komplexerer Verlauf. Die beste gefundene Lösung weicht mit Kosten von 27.936,80 € stärker von der Startlösung mit 32.150,50 € ab. So können die Kosten gegenüber der Startlösung um 4.213,7 €, 13,11%, reduziert werden. Insgesamt werden acht bessere Lösungen gefunden. Zu Beginn des SA treten bei den ersten drei Verbesserungen große Kostensprünge auf. Daraufhin wird die so gefundene Lösung in vergleichsweise kurzen Zeitabständen dreimal leicht verbessert. Ausgehend von dieser Konfiguration kann ein System gefunden werden, welches im Vergleich deutlich reduzierte Kosten aufweist. Dieses wird im letzten Verbesserungsschritt nochmals leicht, zum besten durch den SA gefundenen System, verbessert. Ebenfalls ist anhand der Kurve, die die optimale Lösung des Problems repräsentiert, zu beobachten, wie sich die beste Lösung des SA der optimalen Lösung annähert, diese jedoch nicht erreicht bzw. nicht erreichen kann. Bei der Testinstanz G15-350_W_D_MDM_P2 können anders als in dieser Testinstanz nur größere Kostensprünge zwischen den besten Lösungen beobachtet werden. Die so erzeugten Lösungen stellen vermutlich lokale Minima dar. Somit müssen zunächst schlechtere Lösungen akzeptiert sowie eine Vielzahl von Nachbarschaften gebildet werden, um diese zu überwinden. Die vorletzte beste Lösung dieser Testinstanz ist hingegen ein Beispiel für eine Lösung, die kein lokales Minimum darstellt. Im letzten Verbesserungsschritt kann daher die endgültige beste Lösung durch den Austausch einer einzigen Pumpe mittels der Ersetzen-Nachbarschaft ($N_{Ersetzen}$) erzeugt werden.

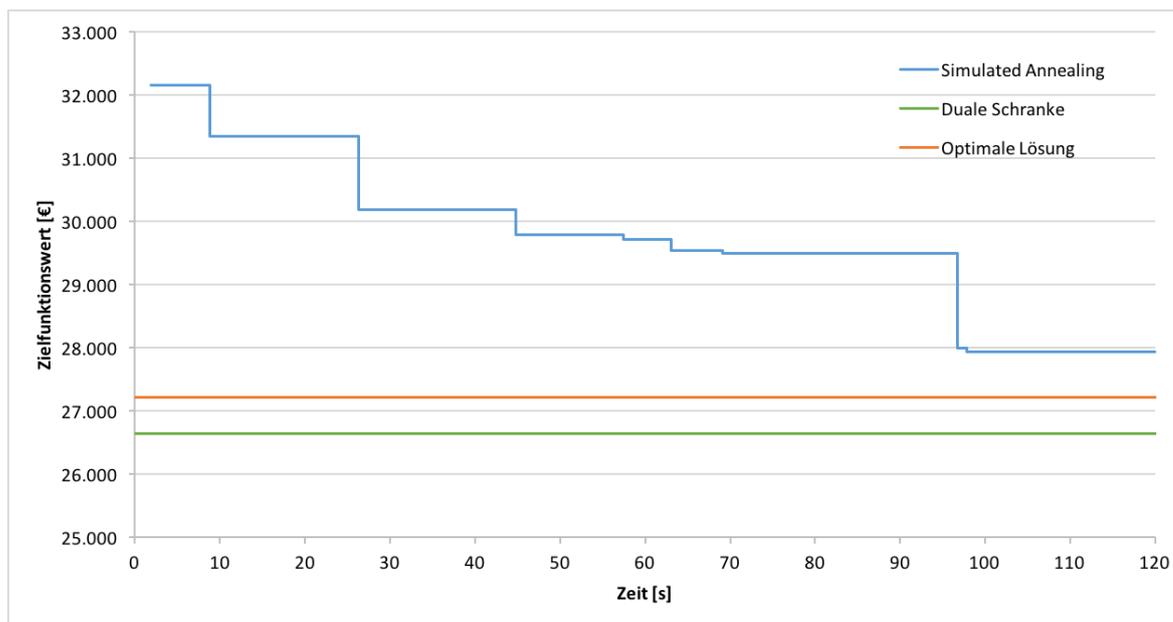


Abbildung 13.13: G15-350_K_D_MDM_P1 - Lösungsverlauf SA: Beste Lösung

In Abbildung 13.14 ist der Verlauf der aktuellen Lösung, der Lösung die vom Algorithmus zuletzt akzeptiert wird und von der aus neue Nachbarschaften gebildet werden, der Testinstanz G15-350_K_D_MDM_P1 dargestellt. Wie zu erkennen ist, werden zunächst, aufgrund des hohen Wertes des Kontrollparameters, beinahe alle Lösungen akzeptiert. Bei den anfänglichen hohen Ausschlägen handelt es sich um nicht-zulässige Lösungen, die mit dem Strafterm beaufschlagt werden. Dieser Bereich ist durch die häufige Akzeptanz von Änderungen und einer großen Schwankung der Zielfunktionswerte gekennzeichnet. Mit zunehmender Zeit nehmen sowohl die Anzahl der akzeptierten Änderungen als auch deren Ausschläge immer weiter ab. Ab einer Laufzeit von ca. 1.400 Sekunden treten im betrachteten Fall, bis auf zwei Ausnahmen bei einer Laufzeit von ca. 1.500 Sekunden, nur noch sehr geringe Schwankungen auf und der SA pendelt sich auf die endgültige Lösung ein. Dies entspricht somit dem angestrebten, für den SA typischen, Lösungsverlauf. Auffällig ist, dass die eingezeichnete beste gefundene Lösung bereits in der Anfangsphase auftritt und mehrmals erreicht wird. Durch den zu diesem Zeitpunkt noch hohen Kontrollparameter entfernt sich die aktuelle Lösung jedoch von der besten Lösung und kann diese im weiteren Verlauf nicht nochmals erreichen. Hierbei handelt es sich um die bereits in Kapitel 8.2 angesprochene Problematik, die durch das Speichern der besten gefundenen Lösung umgangen werden konnte.

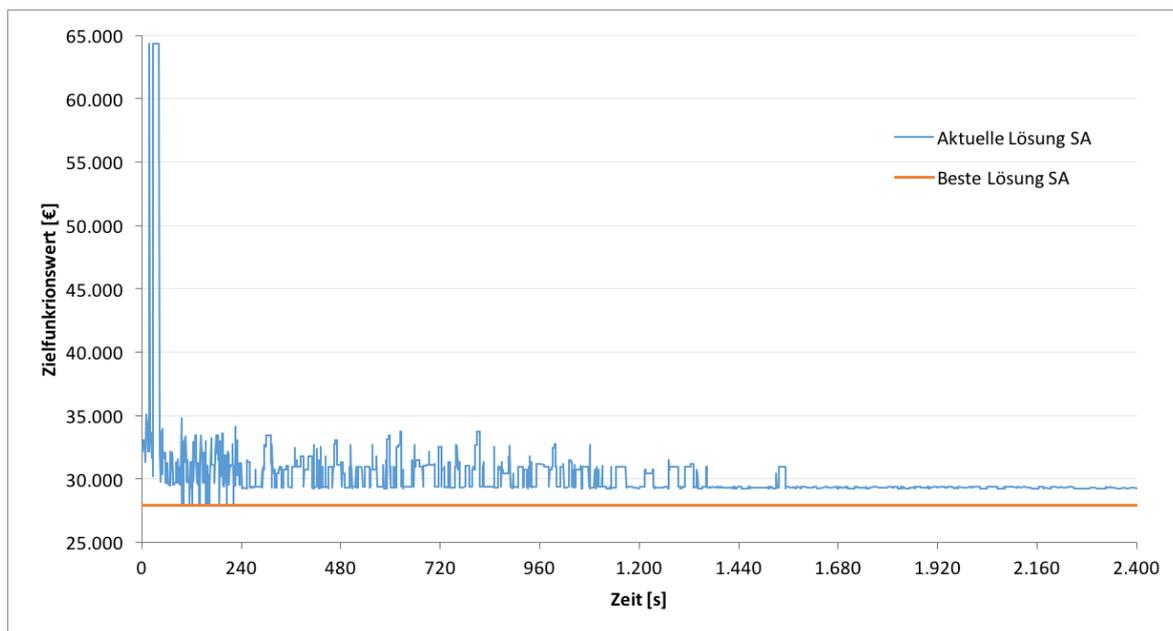


Abbildung 13.14: G15-350_K_D_MDM_P1 - Lösungsverlauf SA: Aktuelle Lösung

Die Testinstanz G15-350_W_D_MDM_P2 weist einen ähnlichen, wenn auch verzerrten, Verlauf auf. Dieser ist in Abbildung 13.15 dargestellt. Auch hier können zu Beginn der Laufzeit höhere Schwankungen aufgrund des hohen Wertes des Kontrollparameters beobachtet werden, die mit zunehmender Zeit geringer werden. Jedoch treten im Vergleich zur Testinstanz G15-350_K_D_MDM_P1 im Mittel, trotz einer ähnlich hohen besten Lösung, größere Schwankungen auf. Es entsteht der Eindruck, dass gegen Ende der Laufzeit immer noch viele größere Verschlechterungen akzeptiert werden. Dies liegt u.a. daran, dass in diesem Zeitraum wesentlich mehr Nachbarschaften in der gleichen Zeit besucht werden, da die Lösungen der sich wiederholenden Systeme nicht immer wieder neu berechnet, sondern den gespeicherten Systemen entnommen werden. Der Rückgriff auf die gespeicherten Systeme benötigt dabei deutlich weniger Zeit als die Neuberechnung mittels CPLEX. So werden in dieser Testinstanz in den letzten Sekunden der Laufzeit ca. 1.000-mal so viele Nachbarschaften wie in den ersten Sekunden besucht. Dieser Effekt tritt auch bei der zuvor diskutierten Testinstanz, jedoch in geringerem Ausmaß, auf. Wird dies mit einbezogen, so ergibt sich ebenfalls der für den SA typische Verlauf. Am Verlauf ist zudem zu erkennen, dass die beste Lösung erneut in einem frühen Stadium des Algorithmus gefunden wird. Über den Zeitverlauf hinweg wird diese danach mehrmals erneut gefunden und wieder verlassen. Im Gegensatz zur vorherigen Testinstanz ist die beste Lösung jedoch auch die letzte akzeptierte Lösung des SA.

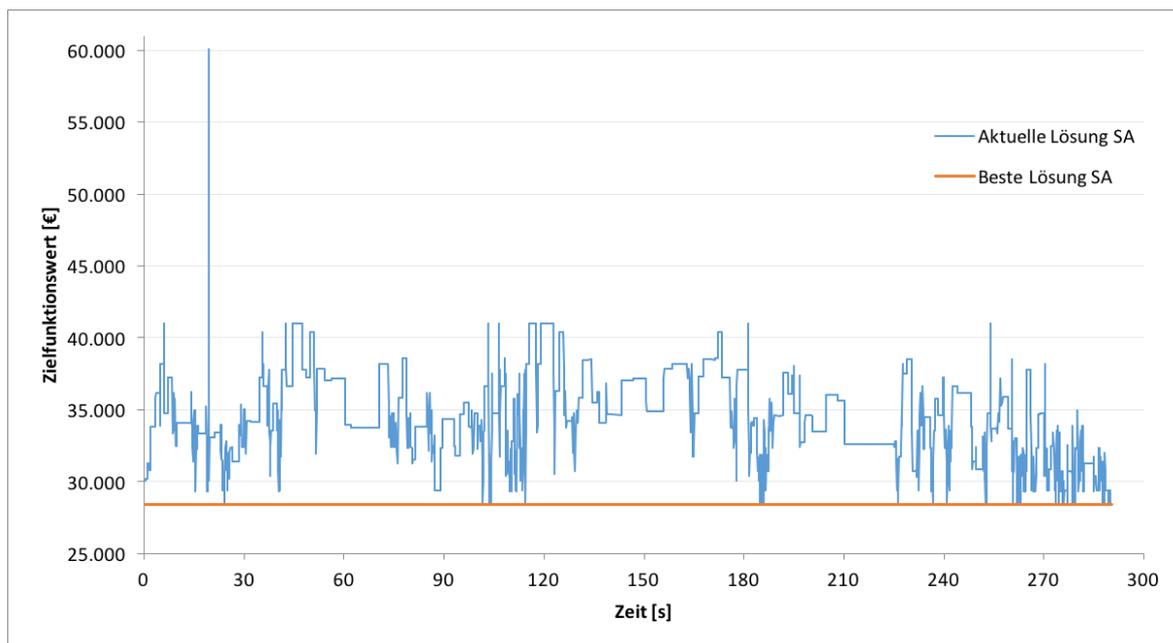


Abbildung 13.15: G15-350_W_D_MDM_P2 - Lösungsverlauf SA: Aktuelle Lösung

Auffallend ist zudem, dass in allen Testinstanzen gegen Ende der Laufzeit beinahe ausschließlich Tausche von verbauten Pumpen ($N_{Tauschen}$) akzeptiert werden, die keine Verbesserung der Kosten bewirken. Falls Verbesserungen auftreten, werden diese hauptsächlich durch das Ersetzen von Pumpen ($N_{Ersetzen}$) ausgelöst. Somit ist gegen Ende der Laufzeit die Struktur meist festgelegt und es werden innerhalb dieser Struktur die geeignetsten Pumpen für jede Position gesucht.

13.4.2 Branch-and-Bound

Die Abbildungen 13.16 und 13.17 zeigen den zeitlichen Verlauf der oberen und unteren Schranke des B&B. Die Testinstanz G15-350_W_D_MDM_P2, Abbildung 13.16, repräsentiert dabei den Fall, dass die anfängliche obere Schranke bereits die optimale Lösung des Problems darstellt. Die anfängliche untere Schranke ist identisch mit der, zur Bewertung des SA herangezogenen, dualen Schranke und die obere Schranke die beste vom SA gefundene Lösung. Wie zu sehen ist, nähert sich die untere Schranke der oberen Schranke durch die sukzessive Einbeziehung der Kopplungsbedingungen schrittweise an, bis diese schließlich erreicht wird. Da es sich bei der anfänglichen oberen Schranke bereits um die optimale Lösung des Problems handelt verändert sich diese im Zeitverlauf nicht. Die Testinstanz G15-350_K_D_MDM_P1 steht stellvertretend für die Testinstanzen in denen die anfängliche obere Schranke nicht die optimale Lösung des Problems darstellt. Im Laufe des B&B werden daher bessere gültige Lösungen für das Problem gefunden und die obere Schranke durch diese ersetzt. Der Verlauf des B&B ist in Abbildung 13.17 dargestellt. Im betrachteten Fall wird bei der Berechnung der unteren Schranken eine Lösung gefunden, die sowohl im Hinblick auf das Originalpro-

blem gültig ist, als auch gegenüber der bisherigen oberen Schranke niedrigere Kosten aufweist. Die obere Schranke wird daher entsprechend Abbildung 13.17 auf diesen Wert herabgesetzt. Anders als in der vorherigen Testinstanz nähern sich obere und untere Schranke so einander gegenseitig an.

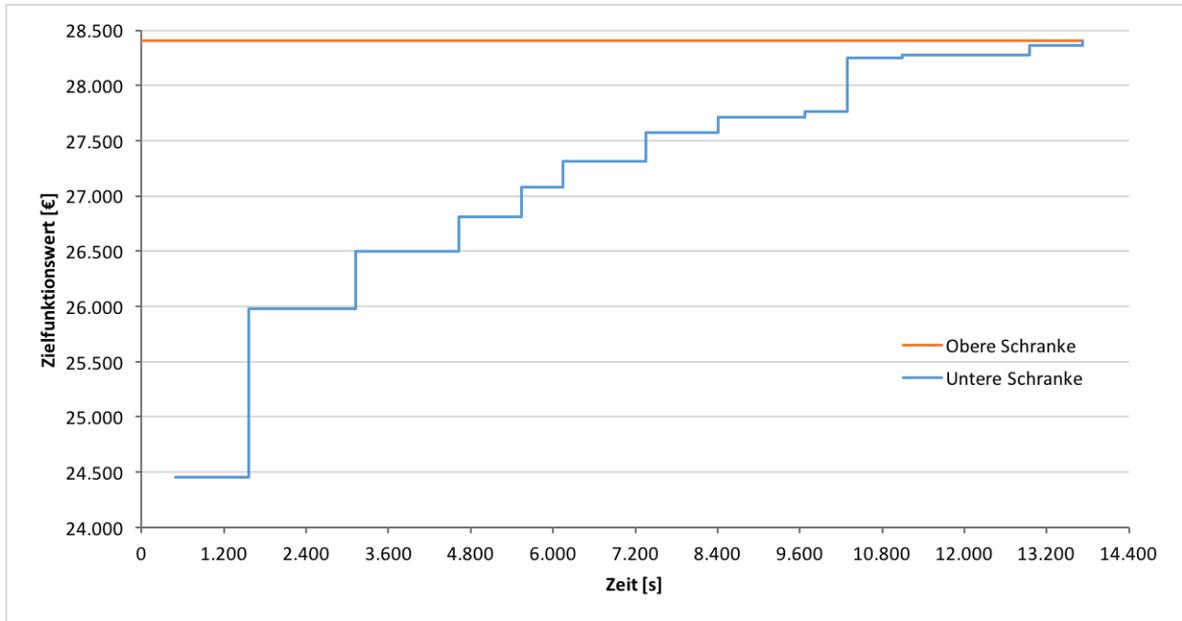


Abbildung 13.16: G15-350_W_D_MDM_P2 - Lösungsverlauf B&B

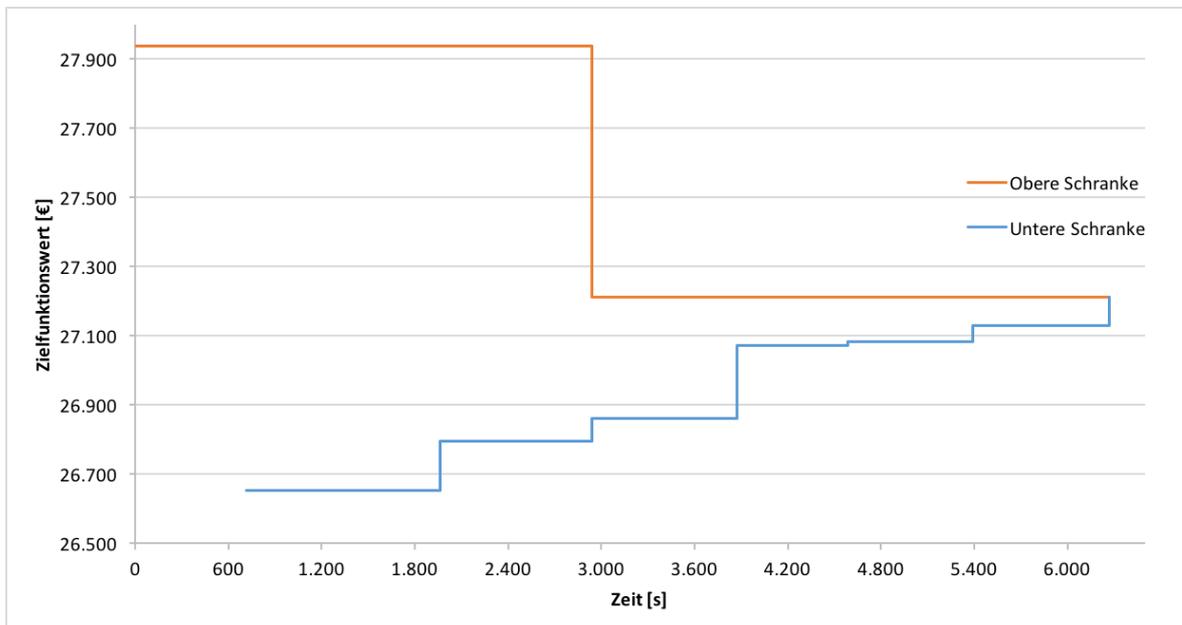


Abbildung 13.17: G15-350_K_D_MDM_P1 - Lösungsverlauf B&B

14 Ausblick und Fazit

Übergeordnetes Ziel dieser Arbeit war es aufzuzeigen, wie die Methoden und Verfahren der mathematischen Optimierung mit Hilfe des TOR-Ansatzes bei typischen Problemstellungen des Ingenieurwesens eingesetzt werden und den Ingenieur bei dessen Arbeit unterstützen können.

Hierzu wurde als Problemstellung die Auslegung einer DEA betrachtet und realitätsnahe Testinstanzen aufgestellt. Zur Lösung der Testinstanzen wurden dazu zwei unterschiedliche Ansätze betrachtet, die an das typische Ingenieurvorgehen angelehnt sind und so den Einstieg in die Thematik erleichtern sollen.

Zum einen wurde durch den SA, als Metaheuristik, ein Verfahren implementiert mit dem es möglich ist innerhalb kurzer Zeit gute Lösungen zu generieren. Dies wird erreicht, indem das Gesamtproblem in das Topologie- und das Aussteuerungsproblem unterteilt wird. Zunächst wird dabei die Systemtopologie bestimmt und daran anschließend das Aussteuerungsproblem optimal gelöst. Das generelle Vorgehen der schrittweisen Verbesserung von Systemen sowie die zugrundeliegende physikalische Analogie des SA sind im Ingenieurwesen weit verbreitet bzw. bekannt und eignen sich daher besonders als Einstieg.

Da mittels SA zwar Lösungen generiert werden, es jedoch, analog zum klassischen ingenieurwissenschaftlichen Systementwurf, keinen absoluten Maßstab zur Beurteilung der Güte dieser Lösungen gibt, wurde ein Verfahren zur Berechnung von dualen Schranken implementiert. Diese dienen dazu die gefundenen Lösungen zu bewerten und daraus gegebenenfalls vorhandenen Handlungsbedarf für weitere Verbesserungen abzuleiten.

Alternativ wurde das Verfahren zur Generierung von dualen Schranken mit dem B&B Verfahren kombiniert, um so ein Verfahren vorzustellen mit dem beweisbar optimale Lösungen erzeugt werden können, falls solche existieren. Gibt es keine gültige Lösung, so kann dies ebenfalls nachgewiesen werden. Zunächst werden dabei die Restriktionen an das System gelockert und im Laufe des Verfahrens schrittweise wieder verschärft. Somit wird, ähnlich wie beim vorherigen Vorgehen, das Problem zunächst in seinen Teilproblemen betrachtet.

Es konnte gezeigt werden, dass sich der SA eignet, um in kurzer Zeit gute Lösungen für das Problem zu generieren. In den Fällen in denen das optimale System serienparallel war, konnte sogar immer die optimale Lösung gefunden werden. Allerdings traten gerade bei größeren Systemen auch nicht-serienparallele Gesamtsysteme auf, die außerhalb des Suchraums lagen. Hierdurch konnte gezeigt werden, dass gerade die Lösungen von Metaheuristiken, wie dem SA, stark von dem zuvor definierten Spielfeld abhängen. Jedoch konnte auch gezeigt werden, dass in den einzelnen Lastszenarien stets serienparallele Teilsysteme genutzt wurden.

Um auch nicht-serien-parallele Gesamtsysteme abdecken zu können, muss die Hinzufügen- und Entfernen-Nachbarschaft des SA verändert werden. Die Nachbarschaften aus Tauschen und Ersetzen von Komponenten können in ihrer jetzigen Form erhalten bleiben. Eine Möglichkeit die Hinzufügen-Nachbarschaft anzupassen besteht darin, dass nicht nur die nicht verbauten Pumpen eingefügt und verschaltet werden können, sondern auch zusätzlich mehrmalige Verschaltungen der verbauten Pumpen möglich sind. Zudem muss bei der Entfernen-Nachbarschaft zwischen dem Entfernen einer Pumpe mit all ihren Verbindungen sowie dem Entfernen von einzelnen Verbindungen unterschieden werden. Hierdurch ergibt sich jedoch eine größere Anzahl möglicher Systeme. Der SA muss somit einen größeren Suchraum durchsuchen. Dies kann dazu führen, dass sich die Lösungsgüte verschlechtert, da die stattfindende Diversifizierung möglicherweise nicht mehr ausreicht.

Trotz der Vernachlässigung von nicht-serien-parallelen Systemen konnten auch in diesen Fällen gute Lösungen nahe des Optimums gefunden werden. Die maximale Abweichung betrug lediglich 2,96%. Auch die gefundenen Topologien lagen nahe an der optimalen Struktur und die verbauten Pumpen entsprachen stets denen des optimalen Systems. Wird berücksichtigt, dass Pumpenhersteller ihre Pumpen meist sehr restriktiv verschalten und selbst Parallelverschaltungen wenn möglich vermieden werden, so ist der gesteigerte Aufwand für die Betrachtung nicht-serien-paralleler Systeme nicht berechtigt, um die letzten Prozente an Energieeinsparung herauszuholen. Zumal die Laufzeit für das B&B Verfahren durchschnittlich ca. 33-mal bzw. zusammen mit der Berechnung der dualen Schranke ca. 10-mal so hoch war, wie die des SA. Bei den hier betrachteten Systemen ist die Zeit für die exakte Berechnung mit maximal ca. 6 Stunden noch akzeptabel, allerdings kann sich dies bei der Betrachtung von größeren Systemen ändern.

Zudem wurde gezeigt, dass sich die dualen Schranken für die Abschätzung der gefundenen Lösungen eignen, wobei die Güte der Schranken von den zur Verfügung stehenden Pumpen beeinflusst wird. Weiterhin sollte beachtet werden, dass die hiermit ermittelte Optimalitätslücke nichts über die tatsächliche Lage des Optimums aussagt. Ansonsten kann es zu Fehlinterpretationen kommen. So stellte sich in dieser Arbeit heraus, dass bei der größten gemessenen Optimalitätslücke die gefundene Lösung trotzdem optimal war. Des Weiteren können die dualen Schranken verbessert werden, indem, ausgehend von der anfänglichen dualen Schranke, B&B-Schritte durchgeführt werden. So kann der B&B nach einer festgelegten Zeit abgebrochen und dessen derzeitige untere Schranke genutzt werden.

Die in dieser Arbeit betrachteten realitätsnahen Testinstanzen waren nicht in akzeptabler Zeit durch Standardsoftware lösbar. Somit konnten mit den vorgestellten Verfahren, aufgrund der Ausnutzung von problemspezifischen Wissen, größere Instanzen

gelöst werden, als dies mit Standardsoftware möglich ist. Weiterführend kann untersucht werden, wie sich die Lösungsgüte und Laufzeit der Verfahren bei der Anwendung auf noch größere Probleme verhält.

Insgesamt ließ sich erkennen, dass die der mathematischen Optimierung entnommenen Methoden das ingenieurwissenschaftliche Vorgehen zur Systemauslegung sinnvoll ergänzen können. Zusätzlich konnte anhand der Schnittmenge beider Fachgebiete ein für Ingenieure leicht nachzuvollziehender Ansatzpunkt geschaffen werden, der an sein typisches Vorgehen anknüpft und dieses ergänzt, statt es zu ersetzen.

Für die einfachere Rückübersetzung und Auswertung der Systeme empfiehlt es sich in Zukunft den Rohren im Modell Kosten zuzuweisen. Bisher mussten die in den Lastszenarien genutzten Teilsysteme manuell um überflüssige Komponenten bereinigt werden, da oftmals Rohre aktiviert wurden, die jedoch nicht genutzt wurden. Beim B&B wurde die Rückübersetzung zudem zusätzlich erschwert, da zwar in den einzelnen Lastszenarien oftmals die gleichen Systeme erzeugt, deren Subsysteme jedoch in unterschiedlicher Reihenfolge verschaltet wurden. Hierzu können die Rohre einerseits mit niedrigen Kosten beaufschlagt werden, um so die Lösung möglichst wenig zu verzerren. Alternativ kann das Modell um eine realitätsnahe Betrachtung der Rohrkosten erweitert werden. Ist dies erfolgt, so können die entwickelten Verfahren um eine automatisierte, grafische Ausgabe der Systeme ergänzt werden.

Zukünftig kann darüber nachgedacht werden, die Ausfallsicherheit des Systems mit in die Betrachtung einzubeziehen. Somit können auch beim Ausfall einer Pumpe alle Verbraucher versorgt werden.

Literaturverzeichnis

- [1] E. AARTS, J. KORST, W. MICHELS: *Simulated Annealing*, In: Search Methodologies: Introduction Tutorials in optimization and Decision Support Techniques, 2nd. Ed., Springer US, Boston **2005**, 187-210.
- [2] J. ABEL, K. DIEZ, K. LENNERTS: *Facility Management im Krankenhaus. Vom Kostenfaktor zum Wettbewerbsvorteil*, Plenarvortrag der Bundesfachtagung Technik im Krankenhaus, Rastatt **2006**.
- [3] L. ALTHERR: *Algorithmic System Design under Consideration of Dynamic Processes*, Dissertation, TU Darmstadt **2016**.
- [4] S. ARORA, B. BARAK: *Computational Complexity: A Modern Approach*, 1st. Ed., Cambridge University Press, New York, **2009**.
- [5] ARBEITSSTÄTTENRICHTLINIE: *A.S.R. A1.2 "1/2, Raumabmessungen und Bewegungsflächen"* **2013**.
- [6] ARBEITSSTÄTTENRICHTLINIE: *A.S.R. "37/1, Toilettenräume"* **1976**.
- [7] C. BLUM, A. ROLI: *Metaheuristics in Combinatorial Optimization: Overview and Conceptual Comparison*, ACM Computing Surveys **2003**, (35.3), 268-308.
- [8] D. BOHNE: *Technischer Ausbau von Gebäuden*, 10. Aufl., Springer Vieweg, Wiesbaden **2014**, 152-179.
- [9] H. BOOTH, R. E. TARJAN: *Finding the Minimum-Cost Maximum Flow in a Series-Parallel Network*, Journal of Algorithms **1993**, (15), 416-446.
- [10] H. BRAUN ET AL: *Sondereinrichtungen im Krankenhaus*, Band 3, Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg **2013**, 7.
- [11] T. BRYLAWSKI: *A Combinatorial Model for Series-Parallel Networks*, Transactions of the American Mathematical Society **1971**, (154), 1-22.
- [12] V. CERNY: *Thermodynamical Approach to the Travelling Salesman Problem: An Efficient Simulation Algorithm*, Journal of Optimisation Theory and Applications **1985**, (45), 41-51.
- [13] J. CLAUSEN: *Branch and Bound Algorithms - Principles and Examples*, Department of Computer Science, University of Copenhagen, Denmark, Research Report **1999**, 2-20.
- [14] W. J. COOK, W. H. CUNNINGHAM, W. R. PULLEYBLANK, A SCHRIJVER: *Combinatorial Optimization*, 1st. Ed., Wiley & Sons, New York **1997**, 199-268.
- [15] T. H. CORMEN: *Introduction to Algorithms*, 2nd. Ed., The MIT Press, Cambridge **2002**, 644-646.
- [16] DVGW DEUTSCHE VEREINIGUNG DES GAS- UND WASSERFACHES E. V.: *TDGVW Arbeitsblatt W 400-1: Technische Regeln Wasserverteilung (TRWV)*, Berlin **2004**.

- [17] DIN 1988-300:2012-05: *Technische Regeln für Trinkwasser-Installationen - Teil 3: Ermittlung der Rohrdurchmesser, Technische Regel des DVGW*, Berlin **2012**.
- [18] DIN 1988-500:2010-10: *Technische Regeln für Trinkwasser-Installationen - Teil 5: Druckerhöhungsanlagen mit drehzahlgeregelten Pumpen; Technische Regel des DVGW*, Berlin **2010**.
- [19] B. DÖRIG, T. EDERER, P. HEDRICH, U. LORENZ, P. F. PELZ, P. PÖTTGEN: *Technical Operations Research (TOR) Exemplified by a Hydrostatic Power Transmission System*, The 9th International Fluid Power Conference, Aachen **2014**.
- [20] W. DOMSCHKE, A. DREXL, R. KLEIN, A. SCHOLL: *Einführung in Operations Research*, 9. Aufl., Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg **2015**, 71-85.
- [21] J. DREO, A. PETROWSKI, P. SIARRY, E. TAILLARD: *Metaheuristics for Hard Optimization: Simulated Annealing, Tabu Search, Evolutionary and Genetic Algorithms, Ant Colonies, ...: Methods and Case Studies*, 3rd. Ed., Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg/New York **2006**, 1-47.
- [22] T. EDERER, P. F. PELZ: *Technisches Operations Research: Effizienz auf Knopfdruck*, 7. Darmstädter Energie-Konferenz, Darmstadt **2015**.
- [23] R. W. EGGLESE: *Simulated Annealing: A Tool for Operational Research*, European Journal of Operational Research **1990**, (46), 271-281.
- [24] C. A. FLOUDAS, V. VISWESWARAN: *Primal-Relaxed Dual Global Optimization Approach*, Journal of Optimization Theory and Applications **1993**, (78.2), 187-225.
- [25] R. FORD: *Affinity Laws*, Asrae Journal **2011**, (53.3), 42-43.
- [26] GEBERIT GMBH (PFULLENDORF): *Trinkwasserinstallation: Leitfaden für Dimensionierung und Ausführung von Trinkwasserleitungen*, Know-How-Installed, Gerberit, **2008**, 10-21.
- [27] O. GOLINELLI: *Asymptotic Behavior of Two-Terminal Series-Parallel Networks*, arXiv preprint cond-mat/9707023 **1997**.
- [28] GRUNDFOS AKTIENGESELLSCHAFT (BJERRINGBRO, DÄNEMARK): *Water supply in tall buildings: Roof tanks vs. pressurised systems.* - URL <http://uk.grundfos.com/content/dam/UK/campaigns/Grundfos-iSOLUTIONS/pdfs/Water%20boosting%20article.pdf/> Abgerufen am 29.08.2016.
- [29] IG-METALL: *Zur Bedeutung der neuen ASR "Raumabmessungen"*, Fachinformation zur Arbeitsgestaltung **2013**, (49).
- [30] IKZ: *Druck in Anlagensystemen (allgemein)*, IKZ-Praxis **2004**, (5), 12f.
- [31] R. KARGER, K. CORD-LANDWEHR, F. HOFFMANN: *Wasserversorgung*, Vieweg + Teubner, Berlin/Heidelberg **2008**, 15.
- [32] S. KIRKPATRICK, C.D. GELATT JR., M.P. VECCHI: *Optimization by Simulated Annealing*, Science **1983**, (220), 671-680.

- [33] KOSTENSCOUT.DE (PENIG): *Suchbegriff: Wilo Economy MHIE*. - URL <http://www.kostenscout.de/?usereintragejeseite=10&search=Wilo%20Economy%20MHIE&lowerprice=&upperprice=&usereintragejeseite=10> Abgerufen am 29.08.2016.
- [34] KSB AKTIENGESELLSCHAFT (FRANKENTHAL): *Planungshinweise Druckerhö-
hungsanlagen*, In: KSB KNOW-HOW, Band 5, KSB, **2012**, 8-26.
- [35] W. KÜMMEL: *Technische Strömungsmechanik: Theorie und Praxis*, 3. Aufl., Teubner-Verlag, Wiesbaden **2010**, 44-149.
- [36] T. LAASCH, E. LAASCH: *Haustechnik: Grundlagen, Planung Ausführung*, 13. Aufl., Springer Vieweg, Wiesbaden **2013**, 81-161.
- [37] V. S. LOBANOFF, R. R. ROSS: *Centrifugal Pumps: Design and Application*, 2nd. Ed., Gulf Professional Publishing, Houston **1992**, 13.
- [38] U. LORENZ, L. ALTHERR: *Technical Operations Research*, Skript zur Vorlesung, TU Darmstadt **2013**.
- [39] U. LORENZ: *Optimierungstechnologien*, Skript zur Vorlesung, Universität Siegen **2016**.
- [40] A. MARTIN: *Diskrete Optimierung*, Skript zur Vorlesung, TU Darmstadt **2006**.
- [41] A. MATTA, Q. SEMERARO: *Design of Advanced Manufacturing Systems: Models for Capacity Planning in Advanced Manufacturing Systems*, 1st. Ed., Springer-Verlag, Dordrecht(NL)/Berlin/Heidelberg **2010**, 88-103.
- [42] P. A. MCMAHON: *Yoke-Chains and Multipartite Compositions in Connexion with the Analytical Forms called "Trees"*, Proceedings of the London Mathematical Society **1890**, (1), 330-346.
- [43] N. METROPOLIS, A. ROSENBLUTH, M. ROSENBLUTH, A. TELLER, E. TELLER: *Equation of State Calculations by Fast Computing Machines*, Journal of Chemical Physics **1953**, (21), 1087-1092.
- [44] W. MICHIELS, E. AARTS, J. KORST: *Theoretical Aspects of Local Search*, 1st. Ed., Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg **2007**, 3-7.
- [45] S. MORITZ: *A Mixed Integer Approach for the Transient Case of Gas Network Optimization*, Dissertation, TU Darmstadt **2007**.
- [46] G. NEHMHAUSER, L. WOLSEY: *Integer and Combinatorial Optimization*, 2nd. Ed., Wiley & Sons, New York **1999**, 296-349.
- [47] P. F. PELZ, U. LORENZ, G. LUDWIG: *"Besser geht's nicht." TOR plant das energetisch optimale Fluidsystem*, Chemie and more **2008**, (1).
- [48] P. PELZ, U. LORENZ, T. EDERER, S. LANG, G. LUDWIG: *Designing Pump Systems by Discrete Mathematical Topology Optimization: The Artificial Fluid Systems Designer (AFSD)*, Pump Users International Forum, Frankfurt **2012**.
- [49] J. RIORDAN, C. E. SHANNON: *The Number of Two-Terminal Series-Parallel Networks*, Journal of Mathematics and Physics **1942**, (21), 83-93.

- [50] K. RUDAT: *Systemauslegung der Trinkwasser-Installation*, In: *Gebäudetechnik für Trinkwasser*, Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg **2012**, 147-290.
- [51] A. SCHRIJVER: *Theory of Linear and Integer Programming*, 1st. Ed., John Wiley & Sons, New York **1986**, 15-21.
- [52] N. J. A. SLOANE: *On-Line Encyclopedia of Integer Sequences, Sequence A000084*. - URL <https://oeis.org/A000084> Abgerufen am 29.08.2016.
- [53] N. J. A. SLOANE: *On-Line Encyclopedia of Integer Sequences, Sequence A006351*. - URL <https://oeis.org/A006351> Abgerufen am 29.08.2016.
- [54] STADTWERKE RHEINE (RHEINE): *Technische Anschlussbedingungen Wasser*. - URL http://www.stadtwerke-rheine.de/fileadmin/user_upload/Downloaddateien/Stadtwerke-Rheine-Netze/Hausanschluss/Technische_Anschlussbedingungen_Wasser.pdf Abgerufen am 29.08.2016.
- [55] L. SUHL, T. MELLOULI: *Optimierungssysteme: Modelle, Verfahren, Software, Anwendungen*, 3. Aufl., Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg **2009**, 167-173.
- [56] SULZER PUMPS: *Centrifugal Pump Handbook*, 3rd. Ed., Elsevier, Winterthur (Schweiz) **2010**, (53.3), 160.
- [57] E.-G. TALBI: *Metaheuristics: From Design to Implementation*, 1st. Ed., John Wiley & Sons, Hoboken (USA) **2009**, 18-34.
- [58] TESYO TECHNOLOGIES (DARMSTADT): *Fluidplaner*. - URL http://www.tesyo.de/fluid_planer Abgerufen am 29.08.2016.
- [59] TESYO TECHNOLOGIES (DARMSTADT): *Optimierung von Pumpensystemen durch Systemsynthese: Fallbeispiel Druckerhöungsanlage*. - URL <http://tesyo.de/assets/files/tesyo-druckerhoehung.pdf> Abgerufen am 29.08.2016.
- [60] TECHNOLOGIEZENTRUM WASSER: *Aktualisierung der Verbrauchsganglinien für Haushalte, öffentliche Gebäude und Kleingewerbe sowie Entwicklung eines Modells zur Simulation des Wasserbedarfs*. - URL http://www.tzw.de/de/projekte/rohrnetz/aktualisierung_der_verbrauchsg-619/ Abgerufen am 29.08.2016.
- [61] B. W. WAH: *Wiley Encyclopedia of Computer Science and Engineering*, 1st. Ed., John Wiley & Sons, New York **2009**, Mixed Integer Programming 1-10.
- [62] A. WEIDACHER: *Die Wohnsituation von Familien. In: Die Familie in den neuen Bundesländern*, VS Verlag für Sozialwissenschaften, Berlin/Heidelberg **1992**, 313-341.
- [63] J. WIJDIEKS, M. G. BOSS: *Pumps and pumping stations, Drainage principles and Applications* **1994**, 965-999.
- [64] WIKIMEDIA: *Network Flow*. - URL https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/e/e7/Network_flow_8_vertices_blank.svg Abgerufen am 29.08.2016.
- [65] WILO SOCIETAS EUROPAEA (DORTMUND): *Online Katalog: Wilo Economy MHIE*. - URL http://productfinder.wilo.com/de/DE/productrange/000000110000cf0700020023/fc_range_description Abgerufen am 29.08.2016.

-
- [66] J. WOLF: *Technical Operations Research (TOR): Energieeffiziente Pumpensysteme mittels TOR*, Pumpen Aktuell **2015**, (2), 7.
- [67] X.-S. YANG: *Engineering Optimization: An Introduction with Metaheuristic Applications*, 1st. Ed., John Wiley & Sons, New York **2010**, 1-47.
- [68] W. ZIMMERMANN: *Operations Research: Quantitative Methoden zur Entscheidungsvorbereitung*, 9. Aufl., R. Oldenbourg Verlag, München/Wien **1999**, 1-5.
- [69] H.-J. ZIMMERMANN: *Operations Research: Methoden und Modelle: Für Wirtschaftsingenieure, Betriebswirte, Informatiker, Mathematiker*, 2. Aufl., Vieweg, Wiesbaden **2008**, 1-11.

Anhang

Datenblätter Testinstanzen

Art der Entnahmestelle	DN	Mindestfließdruck p _{minFl} MPa	Berechnungsdurchfluss \dot{V}_R l/s
Auslaufventile ohne Strahlregler ^a	15	0,05	0,30
	20	0,05	0,50
	25	0,05	1,00
mit Strahlregler	10	0,10	0,15
	15	0,10	0,15
Mischarmaturen ^{b,c} für Duschwanne	15	0,10	0,15
Badewanne	15	0,10	0,15
Küchenspüle	15	0,10	0,07
Waschbecken	15	0,10	0,07
Sitzwaschbecken	15	0,10	0,07
Maschinen für Haushalte Waschmaschine (nach DIN EN 60456)	15	0,05	0,15
Geschirrspülmaschine (nach DIN EN 50242)	15	0,05	0,07
WC-Becken und Urinale			
Füllventil für Spülkasten (nach DIN EN 14124)	15	0,05	0,13
Druckspüler (manuell) für Urinal (nach DIN EN 12541)	15	0,10	0,30
Druckspüler (elektronisch) für Urinal (nach DIN EN 15091)	20	0,10	0,30
Druckspüler für WC	20	0,12	1,00
<p>Wichtige Hinweise: Die Hersteller müssen den Mindestfließdruck und die Berechnungsdurchflüsse auf der Kalt- und auf der Warmwasserseite (bei Mischarmaturen) angeben. Grundsätzlich sind für die Bemessung der Rohrdurchmesser die Angaben der Hersteller zu berücksichtigen, die zum Teil erheblich von den in dieser Tabelle angegebenen Werten abweichen können. Dabei ist wie folgt vorzugehen: Liegen die Herstellerangaben für den Mindestfließdruck und den Berechnungsdurchfluss unter den in der Tabelle genannten Werten, gibt es zwei Optionen: Ist die Trinkwasser-Installation aus hygienischen und wirtschaftlichen Gründen für die geringeren Werte zu bemessen, muss dieses Vorgehen mit dem Bauherrn vereinbart und die Auslegungsvoraussetzungen für die Entnahmestellen (Mindestfließdruck, Berechnungsdurchfluss) in die Bemessung aufgenommen werden. Wird die Trinkwasser-Installation nicht für die geringeren Werte bemessen, sind die Tabellenwerte zu berücksichtigen. Liegen die Herstellerangaben über den in der Tabelle genannten Werten, muss die Trinkwasser-Installation mit den Herstellerwerten bemessen werden.</p>			
<p>a Ohne angeschlossene Apparate (z. B. Rasensprenger). b Der angegebene Berechnungsdurchfluss ist für den kalt- und den warmwasserseitigen Anschluss in Rechnung zu stellen. c Eckventile für z. B. Waschtischarmaturen und S-Anschlüsse für z. B. Dusch- und Badewannenarmaturen sind als Einzelwiderstände oder im Mindestfließdruck der Entnahmearmatur zu berücksichtigen.</p>			

Abbildung 14.1: Mindestfließdrücke und Berechnungsdurchflüsse gebräuchlicher Trinkwasserentnahmestellen [34]

Gebäudetyp \ Konstante	a	b	c
Wohngebäude	1,48	0,19	0,94
Bettenhaus im Krankenhaus	0,75	0,44	0,18
Hotel	0,70	0,48	0,13
Schule	0,91	0,31	0,38
Verwaltungsgebäude	0,91	0,31	0,38
Einrichtung für Betreutes Wohnen, Seniorenheim	1,48	0,19	0,94
Pflegeheim	1,40	0,14	0,92

Abbildung 14.2: Konstanten für den Spitzendurchfluss [34]

Zählerart	Nenndurchfluss $\dot{V}_N(Q_n)$ m ³ /h	Druckverlust Δp bei $\dot{V}_{\max}(Q_{\max})$ nach DIN ISO 4064, Teil 1 mbar max.
Flügelradzähler	< 15	1000
Woltman-Zähler (senkrecht (WS))	≥ 15	600
Woltman-Zähler parallel (WP)	≥ 15	300

Abbildung 14.3: Druckverluste von Wasserzählern [34]

Zählerart	Anschluss Anschlussgewinde nach DIN ISO 228, Teil 1	Anschlussgröße (Nennweite des Anschlussflansches) DN	Nenndurchfluss *) $V \cdot n(Q_n)$ m ³ /h	maximaler Durchfluss $V \cdot \max(Q_{\max})$ m ³ /h
Volumetrische Zähler und Flügelradzähler	G 1/2 B	–	0,6	1,2
	G 1/2 B	–	1	2
	G 3/4 B	–	1,5	3
	G 1 B	–	2,5	5
	G 1 1/4 B	–	3,5	7
	G 1 1/2 B	–	6	12
	G 2 B	–	10	20
Woltman-Zähler	–	50	15	30
	–	65	25	50
	–	80	40	80
	–	100	60	120
	–	150	150	300
	–	200	250	500

Abbildung 14.4: Durchflusswerte von Wasserzählern [34]

Mindestfließdrücke (Beispiele)	bar
Auslaufventil mit Luftsprudler	1,0
Mischbatterie	1,0
Druckspüler je nach NW	0,4-1,2
Spülkasten	0,5
Brausekopf	1,0
Waschmaschine	1,0

Abbildung 14.5: Mindestfließdrücke von Armaturen und Geräten [30]

Rohrleitungslänge DEA bis hydraulisch ungünstigster Entnahmestelle $\sum l_{\text{nach m}}$	mittleres Druckgefälle der Verbrauchsleitungen $\frac{\Delta p_R + \Delta p_E}{l}$ mbar/m
≤ 30	20
$> 30 \leq 80$	15
> 80	10

Abbildung 14.6: Richtwerte für Druckverlustabschätzung der Verbrauchsleitung [34]

Männer			Frauen	
Beschäftigtenzahl	Zahl der Toiletten	Zahl der Bedürfnisstände	Beschäftigtenzahl	Zahl der Toiletten
bis 5	1		bis 5	1
bis 10	1	1	bis 10	1
bis 25	2	2	bis 20	2
bis 50	3	3	bis 35	3
bis 75	4	4	bis 50	4
bis 100	5	5	bis 65	5
bis 130	6	6	bis 80	6
bis 160	7	7	bis 100	7
bis 190	8	8	bis 120	8
bis 220	9	9	bis 140	9
bis 250	10	10	bis 160	10

Abbildung 14.7: Bereitstellung von Toiletten für Bürogebäude [6]

Topologien Testinstanzen

Testinstanz G10-700_B_D_MDM_P1

Das optimale und mittels Simulated Annealing gefundene Gesamtsystem sowie die Nutzung von Teilsystemen in den einzelnen Lastfällen sind gleich.



Abbildung 14.8: G10-700_B_D_MDM_P1 - Optimale Lösung: Topologie und Lastfälle 1, 2, 3, 4 / Lösung SA: Topologie und Lastfälle 1, 2, 3, 4

Testinstanz G10-700_B_D_MDM_P2

Das optimale und mittels Simulated Annealing gefundene Gesamtsystem sowie die Nutzung von Teilsystemen in den einzelnen Lastfällen sind gleich.



Abbildung 14.9: G10-700_B_D_MDM_P2 - Optimale Lösung: Topologie und Lastfälle 1, 2, 3, 4 / Lösung SA: Topologie und Lastfälle 1, 2, 3, 4

Testinstanz G10-700_B_Z_MDM_P1

Das optimale und mittels Simulated Annealing gefundene Gesamtsystem sowie die Nutzung von Teilsystemen in den einzelnen Lastfällen sind gleich.



Abbildung 14.10: G10-700_B_Z_MDM_P1 - Optimale Lösung: Topologie und Lastfälle 1, 2, 3, 4 / Lösung SA: Topologie und Lastfälle 1, 2, 3, 4

Testinstanz G10-700_B_Z_MDM_P2

Das optimale und mittels Simulated Annealing gefundene Gesamtsystem sowie die Nutzung von Teilsystemen in den einzelnen Lastfällen sind gleich.



Abbildung 14.11: G10-700_B_Z_MDM_P2 - Optimale Lösung: Topologie und Lastfälle 1, 2, 3, 4 / Lösung SA: Topologie und Lastfälle 1, 2, 3, 4

Testinstanz G15-350_B_D_MDM_P1

Das optimale und mittels Simulated Annealing gefundene Gesamtsystem sowie die Nutzung von Teilsystemen in den einzelnen Lastfällen sind gleich.



Abbildung 14.12: G15-350_B_D_MDM_P1 - Optimale Lösung: Topologie und Lastfälle 1, 2, 3, 4 / Lösung SA: Topologie und Lastfälle 1, 2, 3, 4

Testinstanz G15-350_B_D_MDM_P2

Das optimale und mittels Simulated Annealing gefundene Gesamtsystem sowie die Nutzung von Teilsystemen in den einzelnen Lastfällen sind gleich.



Abbildung 14.13: G15-350_B_D_MDM_P2 - Optimale Lösung: Topologie und Lastfälle 1, 2, 3, 4 / Lösung SA: Topologie und Lastfälle 1, 2, 3, 4

Testinstanz G15-350_B_Z_MDM_P1

Das optimale und mittels Simulated Annealing gefundene Gesamtsystem sowie die Nutzung von Teilsystemen in den einzelnen Lastfällen sind gleich.



Abbildung 14.14: G15-350_B_Z_MDM_P1 - Optimale Lösung: Topologie und Lastfälle 1, 2, 3, 4 / Lösung SA: Topologie und Lastfälle 1, 2, 3, 4

Testinstanz G15-350_B_Z_MDM_P2

Das optimale und mittels Simulated Annealing gefundene Gesamtsystem sowie die Nutzung von Teilsystemen in den einzelnen Lastfällen sind gleich.



Abbildung 14.15: G15-350_B_Z_MDM_P2 - Optimale Lösung: Topologie und Lastfälle 1, 2, 3, 4 / Lösung SA: Topologie und Lastfälle 1, 2, 3, 4

Testinstanz G10-700_K_D_MDM_P1

In dieser Testinstanz konnte mittels Simulated Annealing die kostenoptimale Topologie, aufgrund der fehlenden Serien-Parallelität, nicht gefunden werden. Das optimale und das mittels Simulated Annealing gefundene Gesamtsystem sowie die Nutzung von Teilsystemen in den einzelnen Lastfällen unterscheiden sich.

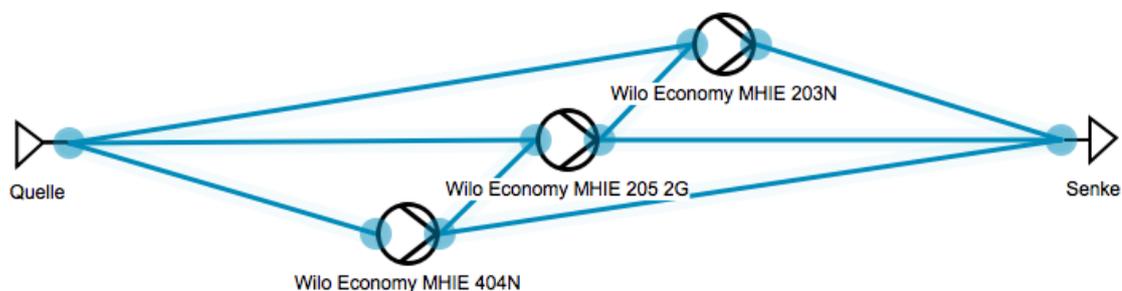


Abbildung 14.16: G10-700_K_D_MDM_P1 - Optimale Lösung: Topologie

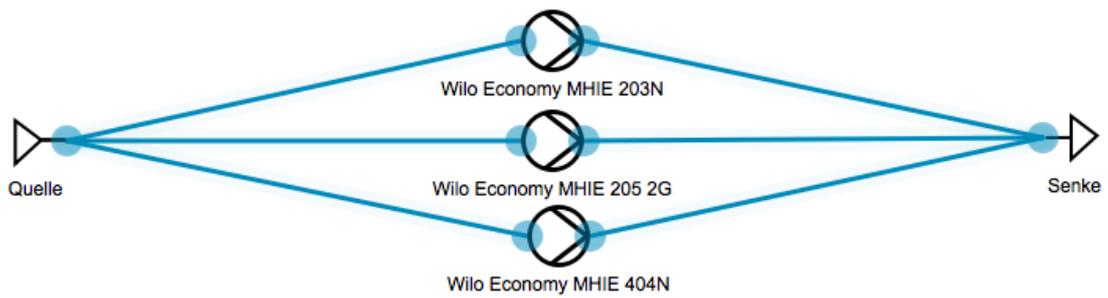


Abbildung 14.17: G10-700_K_D_MDM_P1 - Lösung SA: Topologie und Lastfall 1

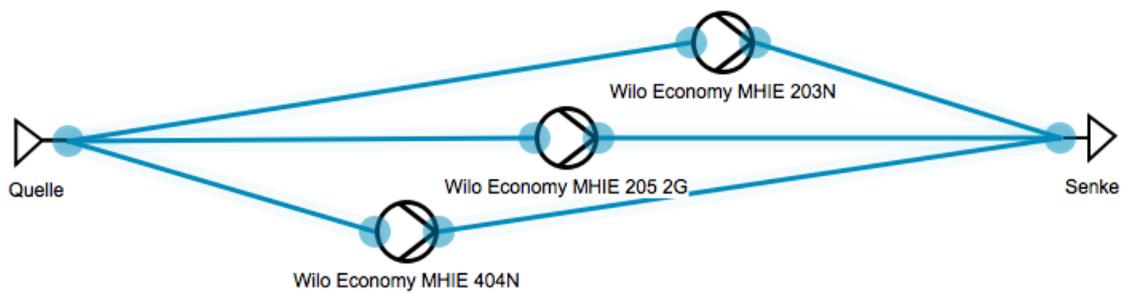


Abbildung 14.18: G10-700_K_D_MDM_P1 - Optimale Lösung: Lastfall 1

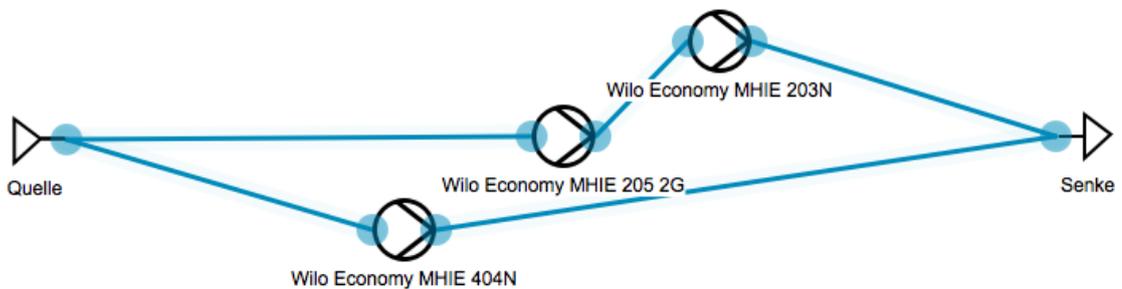


Abbildung 14.19: G10-700_K_D_MDM_P1 - Optimale Lösung: Lastfall 2

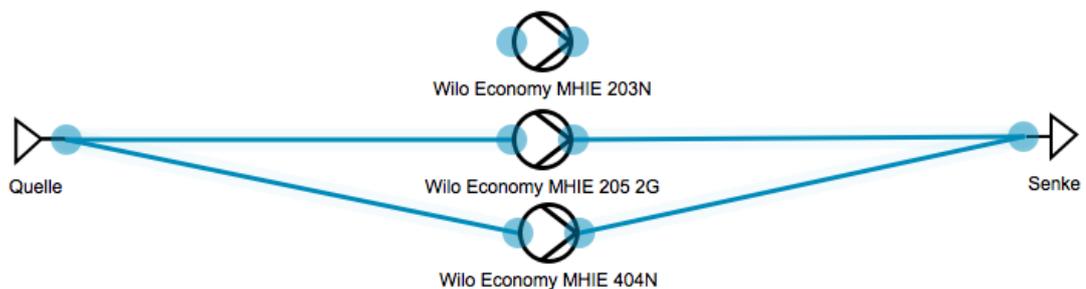


Abbildung 14.20: G10-700_K_D_MDM_P1 - Lösung SA: Lastfall 2

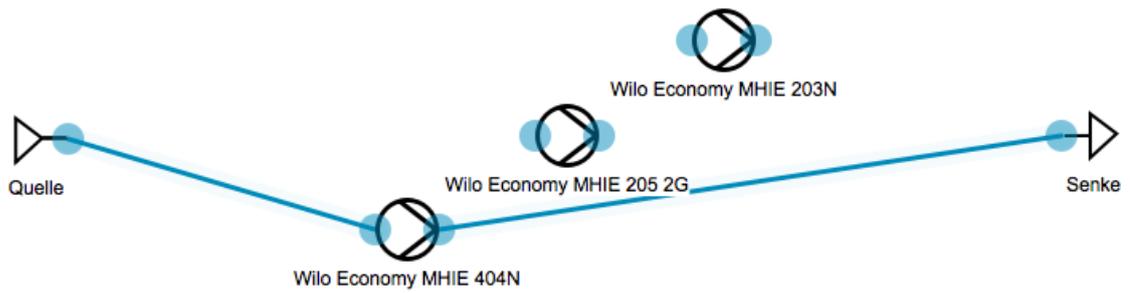


Abbildung 14.21: G10-700_K_D_MDM_P1 - Optimale Lösung: Lastfall 3

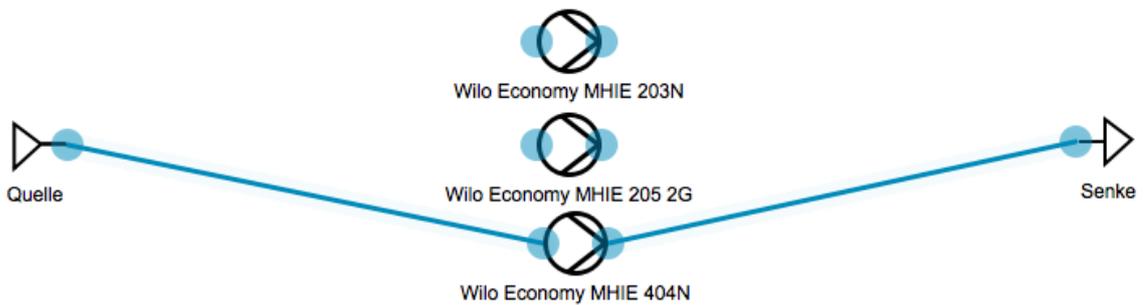


Abbildung 14.22: G10-700_K_D_MDM_P1 - Lösung SA: Lastfall 3

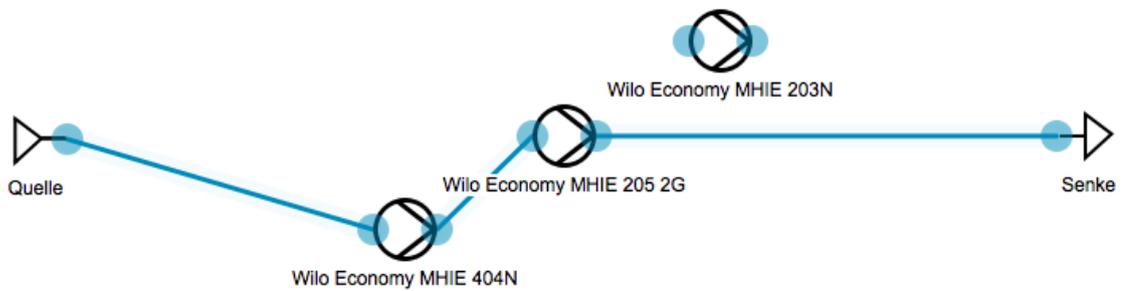


Abbildung 14.23: G10-700_K_D_MDM_P1 - Optimale Lösung: Lastfall 4

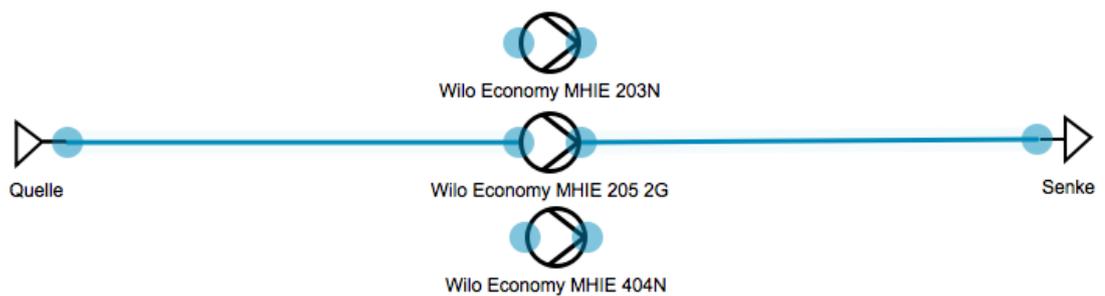


Abbildung 14.24: G10-700_K_D_MDM_P1 - Lösung SA: Lastfälle 4, 5

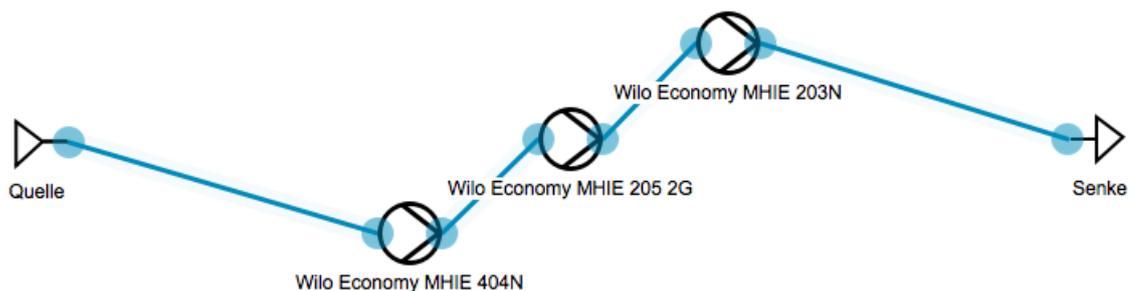


Abbildung 14.25: G10-700_K_D_MDM_P1 - Optimale Lösung: Lastfall 5

Testinstanz G10-700_K_D_MDM_P2

In dieser Testinstanz konnte mittels Simulated Annealing die kostenoptimale Topologie, aufgrund der fehlenden Serien-Parallelität, nicht gefunden werden. Das optimale und das mittels Simulated Annealing gefundene Gesamtsystem sowie die Nutzung von Teilsystemen in den einzelnen Lastfällen unterscheiden sich.



Abbildung 14.26: G10-700_K_D_MDM_P2 - Optimale Lösung: Topologie



Abbildung 14.27: G10-700_K_D_MDM_P2 - Lösung SA: Topologie und Lastfall 1 / Optimale Lösung: Lastfall 1



Abbildung 14.28: G10-700_K_D_MDM_P2 - Optimale Lösung: Lastfall 2 / Lösung SA: Lastfälle 2, 3



Abbildung 14.29: G10-700_K_D_MDM_P2 - Optimale Lösung: Lastfälle 3, 4, 5

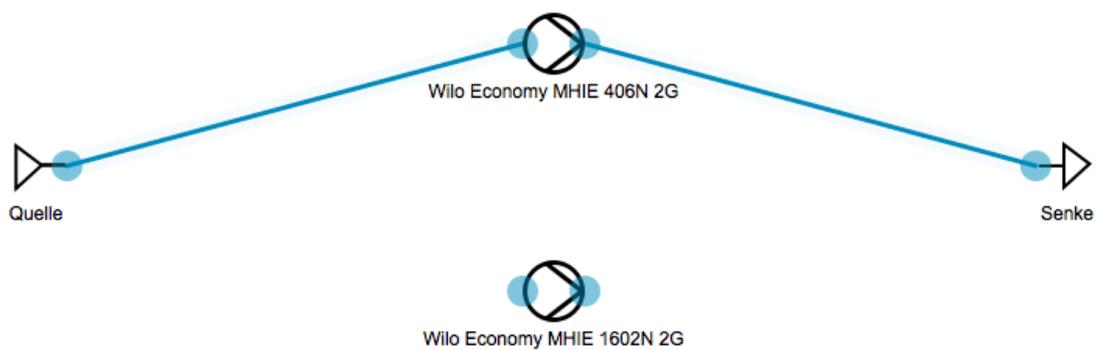


Abbildung 14.30: G10-700_K_D_MDM_P2 - Lösung SA: Lastfälle 4, 5

Testinstanz G10-700_K_Z_MDM_P1

In dieser Testinstanz konnte mittels Simulated Annealing die kostenoptimale Topologie, aufgrund der fehlenden Serien-Parallelität, nicht gefunden werden. Das optimale und das mittels Simulated Annealing gefundene Gesamtsystem sowie die Nutzung von Teilsystemen in den einzelnen Lastfällen unterscheiden sich.



Abbildung 14.31: G10-700_K_Z_MDM_P1 - Optimale Lösung: Topologie



Abbildung 14.32: G10-700_K_Z_MDM_P1 - Lösung SA: Topologie und Lastfall 1 / Optimale Lösung: Lastfall 1



Abbildung 14.33: G10-700_K_Z_MDM_P1 - Optimale Lösung: Lastfälle 2, 3 / Lösung SA: Lastfälle 2, 3



Abbildung 14.34: G10-700_K_Z_MDM_P1 - Optimale Lösung: Lastfälle 4, 5



Abbildung 14.35: G10-700_K_Z_MDM_P1 - Lösung SA: Lastfälle 4, 5

Testinstanz G10-700_K_Z_MDM_P2

Das optimale und mittels Simulated Annealing gefundene Gesamtsystem sowie die Nutzung von Teilsystemen in den einzelnen Lastfällen sind gleich.



Abbildung 14.36: G10-700_K_Z_MDM_P2 - Optimale Lösung: Topologie und Lastfälle 1, 2, 3, 4, 5 / Lösung SA: Topologie und Lastfälle 1, 2, 3, 4, 5

Testinstanz G15-350_K_D_MDM_P1

Die Topologie dieser Testinstanz kann Kapitel 13.2 entnommen werden.

Testinstanz G15-350_K_D_MDM_P2

In dieser Testinstanz konnte mittels Simulated Annealing die kostenoptimale Topologie, aufgrund der fehlenden Serien-Parallelität, nicht gefunden werden. Das optimale und das mittels Simulated Annealing gefundene Gesamtsystem sowie die Nutzung von Teilsystemen in den einzelnen Lastfällen unterscheiden sich.



Abbildung 14.37: G15-350_K_D_MDM_P2 - Optimale Lösung: Topologie



Abbildung 14.38: G15-350_K_D_MDM_P2 - Lösung SA: Topologie und Lastfall 1 / Optimale Lösung: Lastfall 1



Abbildung 14.39: G15-350_K_D_MDM_P2 - Optimale Lösung: Lastfälle 2, 3 / Lösung SA: Lastfälle 2, 3, 4, 5



Abbildung 14.40: G15-350_K_D_MDM_P2 - Optimale Lösung: Lastfälle 3, 4, 5

Testinstanz G15-350_K_Z_MDM_P1

In dieser Testinstanz konnte mittels Simulated Annealing die kostenoptimale Topologie, aufgrund der fehlenden Serien-Parallelität, nicht gefunden werden. Das optimale und das mittels Simulated Annealing gefundene Gesamtsystem sowie die Nutzung von Teilsystemen in den einzelnen Lastfällen unterscheiden sich.

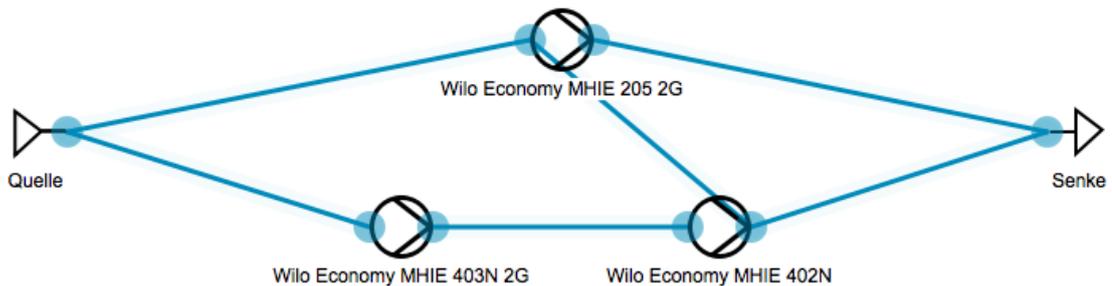


Abbildung 14.41: G15-350_K_Z_MDM_P1 - Optimale Lösung: Topologie

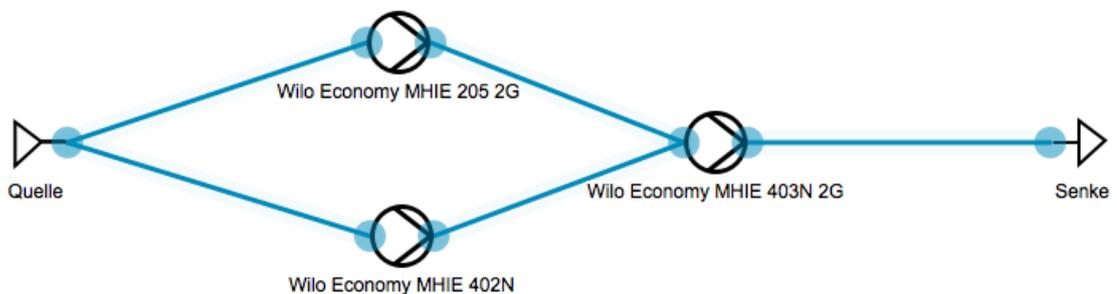


Abbildung 14.42: G15-350_K_Z_MDM_P1 - Lösung SA: Topologie und Lastfall 1

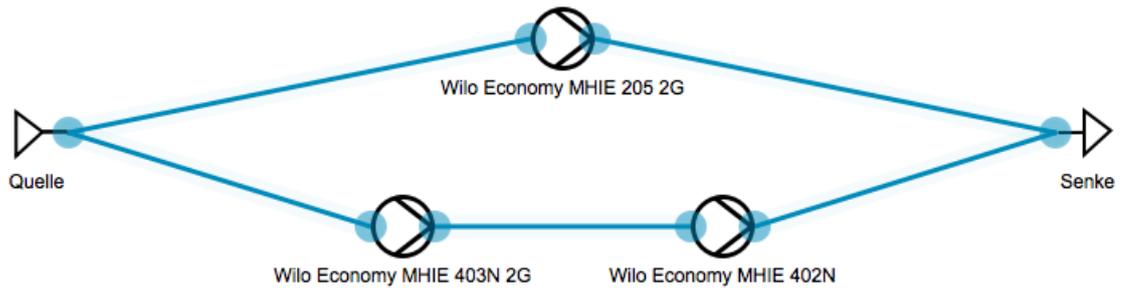


Abbildung 14.43: G15-350_K_Z_MDM_P1 - Optimale Lösung: Lastfall 1

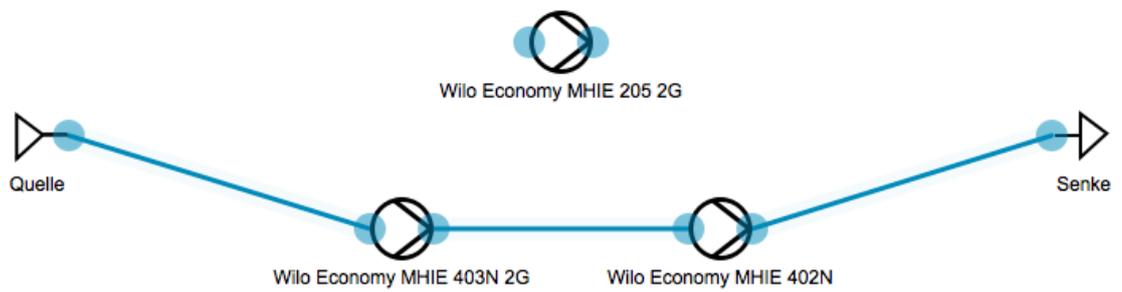


Abbildung 14.44: G15-350_K_Z_MDM_P1 - Optimale Lösung: Lastfälle 2, 3

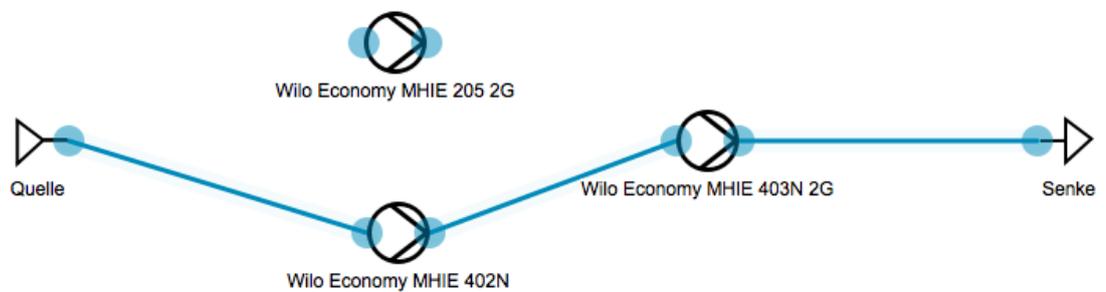


Abbildung 14.45: G15-350_K_Z_MDM_P1 - Lösung SA: Lastfälle 2, 3

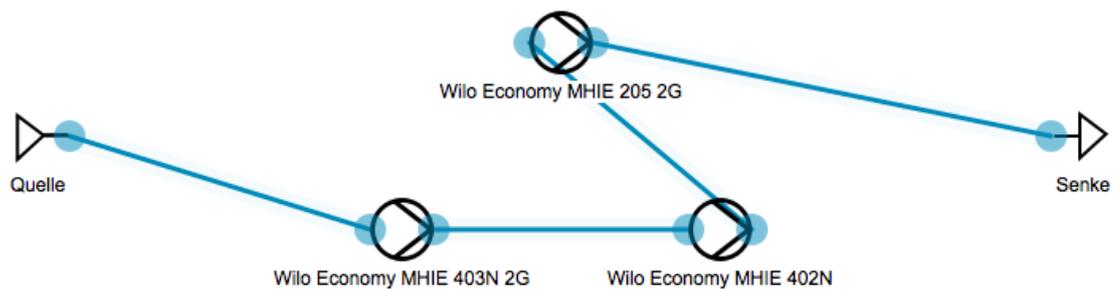


Abbildung 14.46: G15-350_K_Z_MDM_P1 - Optimale Lösung: Lastfälle 4, 5

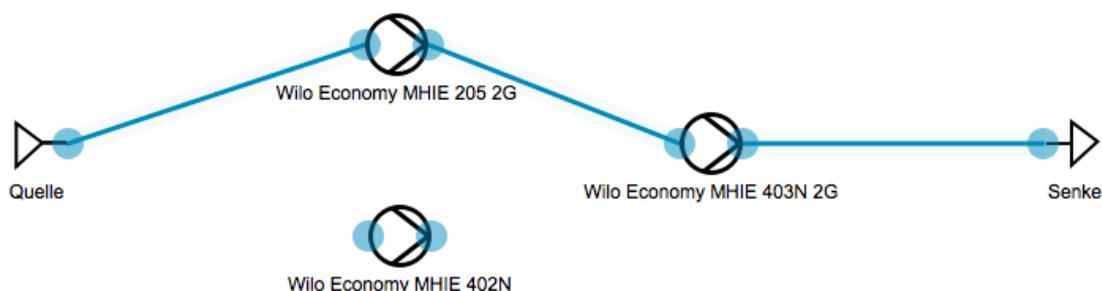


Abbildung 14.47: G15-350_K_Z_MDM_P1 - Lösung SA: Lastfälle 4, 5

Testinstanz G15-350_K_Z_MDM_P2

In dieser Testinstanz konnte mittels Simulated Annealing die kostenoptimale Topologie, aufgrund der fehlenden Serien-Parallelität, nicht gefunden werden. Das optimale und das mittels Simulated Annealing gefundene Gesamtsystem sowie die Nutzung von Teilsystemen in den einzelnen Lastfällen unterscheiden sich.



Abbildung 14.48: G15-350_K_Z_MDM_P2 - Optimale Lösung: Topologie

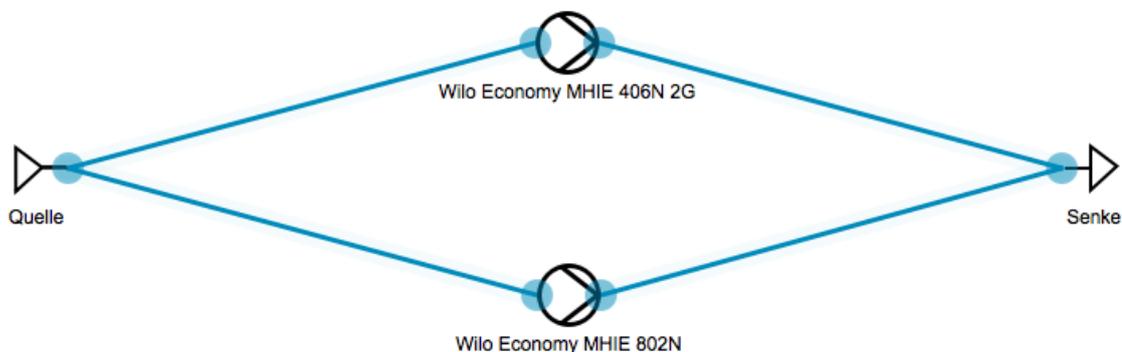


Abbildung 14.49: G15-350_K_Z_MDM_P2 - Lösung SA: Topologie und Lastfall 1 / Optimale Lösung: Lastfall 1



Abbildung 14.50: G15-350_K_Z_MDM_P2 - Optimale Lösung: Lastfall 2 / Lösung SA: Lastfälle 2, 3, 4, 5

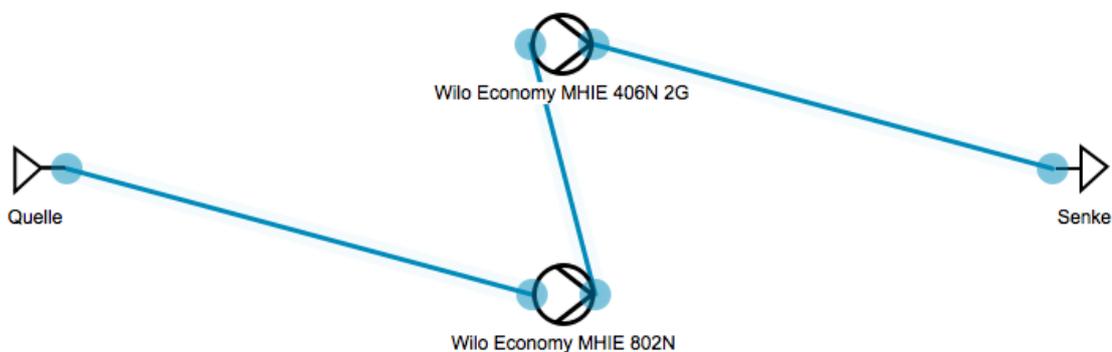


Abbildung 14.51: G15-350_K_Z_MDM_P2 - Optimale Lösung: Lastfälle 3, 4, 5

Testinstanz G10-700_W_D_MDM_P1

In dieser Testinstanz konnte mittels Simulated Annealing die kostenoptimale Topologie, aufgrund der fehlenden Serien-Parallelität, nicht gefunden werden. Das optimale und das mittels Simulated Annealing gefundene Gesamtsystem sowie die Nutzung von Teilsystemen in den einzelnen Lastfällen unterscheiden sich.



Abbildung 14.52: G10-700_W_D_MDM_P1 - Optimale Lösung: Topologie



Abbildung 14.53: G10-700_W_D_MDM_P1 - Lösung SA: Topologie und Lastfälle 1, 2 / Optimale Lösung: Lastfälle 1, 2



Abbildung 14.54: G10-700_W_D_MDM_P1 - Optimale Lösung: Lastfälle 3, 4 / Lösung SA: Lastfälle 3, 4

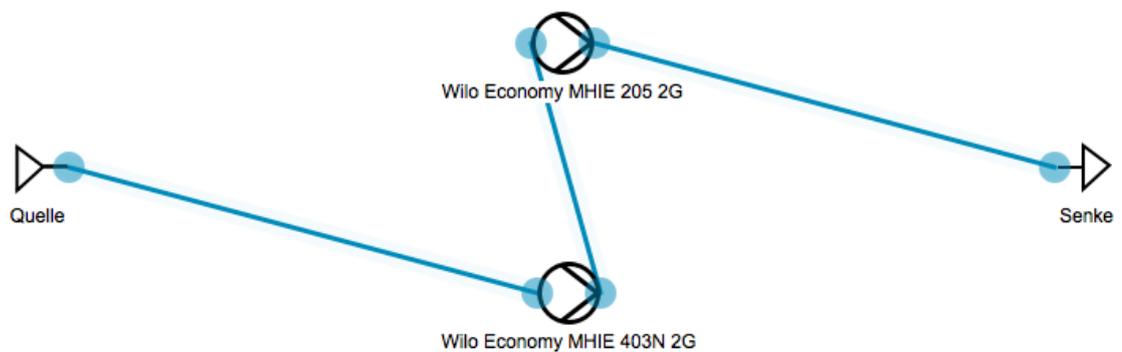


Abbildung 14.55: G10-700_W_D_MDM_P1 - Optimale Lösung: Lastfall 5

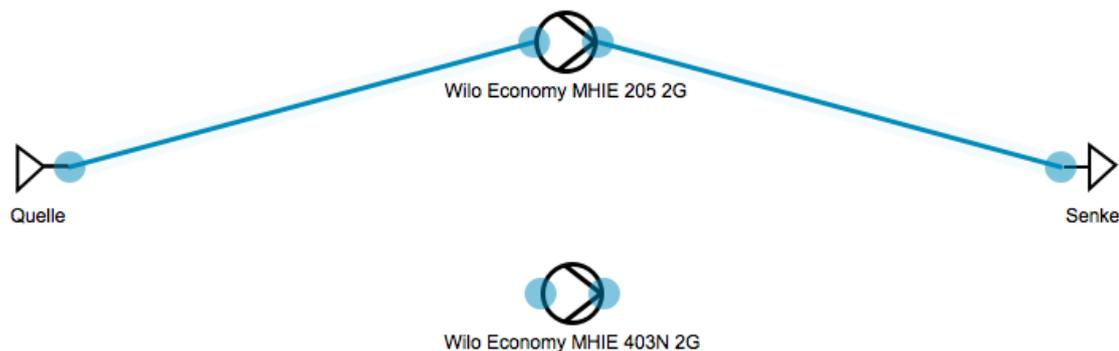


Abbildung 14.56: G10-700_W_D_MDM_P1 - Lösung SA: Lastfall 5

Testinstanz G10-700_W_D_MDM_P2

Das optimale und mittels Simulated Annealing gefundene Gesamtsystem sowie die Nutzung von Teilsystemen in den einzelnen Lastfällen sind gleich.



Abbildung 14.57: G10-700_W_D_MDM_P2 - Optimale Lösung: Topologie und Lastfälle 1, 2, 3, 4, 5 / Lösung SA: Topologie und Lastfälle 1, 2, 3, 4, 5

Testinstanz G10-700_W_Z_MDM_P1

Das optimale und mittels Simulated Annealing gefundene Gesamtsystem sowie die Nutzung von Teilsystemen in den einzelnen Lastfällen sind gleich.



Abbildung 14.58: G10-700_W_Z_MDM_P1 - Optimale Lösung: Topologie und Lastfälle 1, 2, 3, 4, 5 / SA: Topologie und Lastfälle 1, 2, 3, 4, 5

Testinstanz G10-700_W_Z_MDM_P2

Das optimale und mittels Simulated Annealing gefundene Gesamtsystem sowie die Nutzung von Teilsystemen in den einzelnen Lastfällen sind gleich.



Abbildung 14.59: G10-700_W_Z_MDM_P2 - Optimale Lösung: Topologie und Lastfälle 1, 2, 3, 4, 5 / Lösung SA: Topologie und Lastfälle 1, 2, 3, 4, 5

Testinstanz G15-350_W_D_MDM_P1

In dieser Testinstanz konnte mittels Simulated Annealing die kostenoptimale Topologie, aufgrund der fehlenden Serien-Parallelität, nicht gefunden werden. Das optimale und das mittels Simulated Annealing gefundene Gesamtsystem sowie die Nutzung von Teilsystemen in den einzelnen Lastfällen unterscheiden sich.

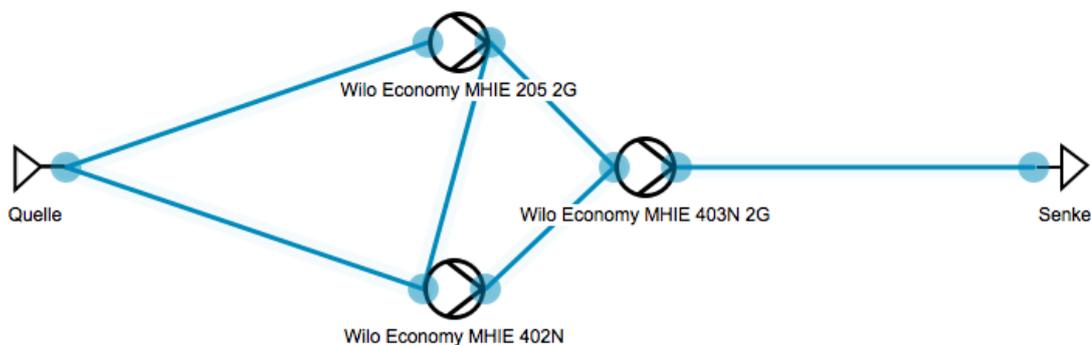


Abbildung 14.60: G15-350_W_D_MDM_P1 - Optimale Lösung: Topologie

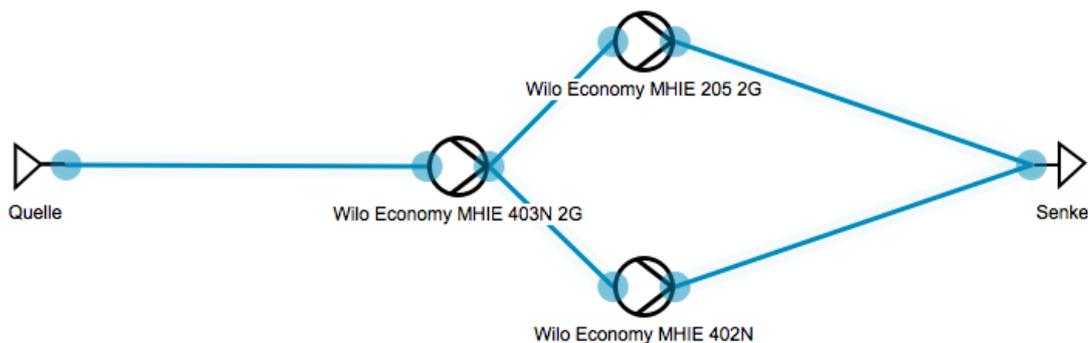


Abbildung 14.61: G15-350_W_D_MDM_P1 - SA Lösung: Topologie und Lastfall 1

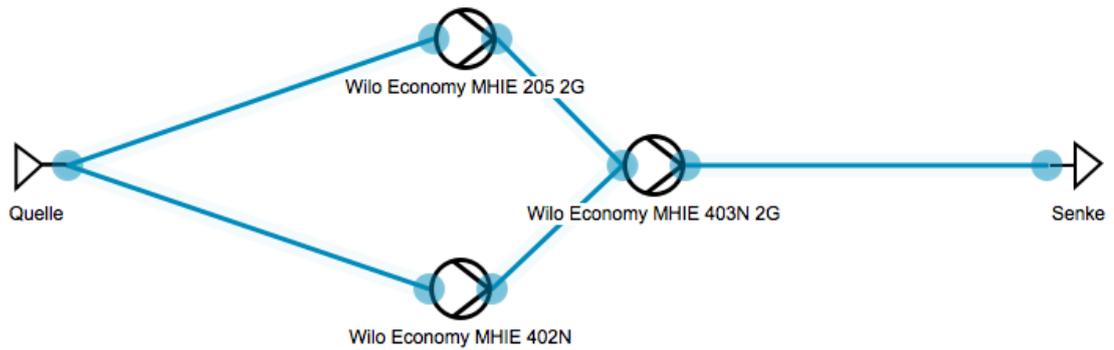


Abbildung 14.62: G15-350_W_D_MDM_P1 - Optimale Lösung: Lastfall 1

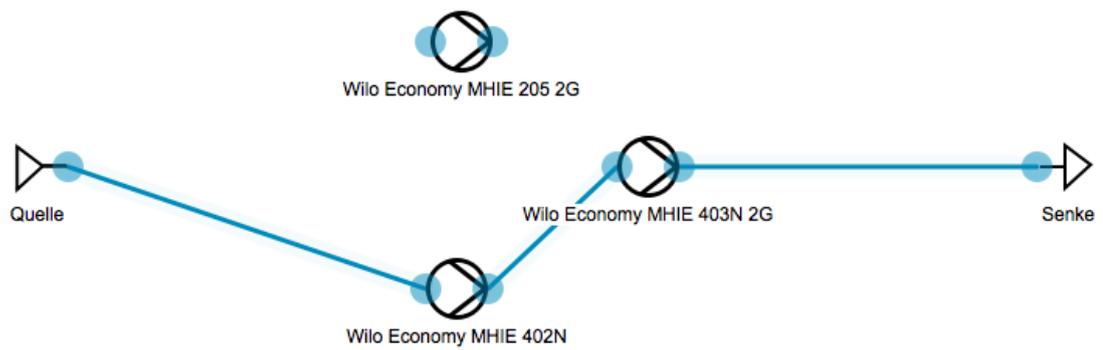


Abbildung 14.63: G15-350_W_D_MDM_P1 - Optimale Lösung: Lastfälle 2, 3, 4

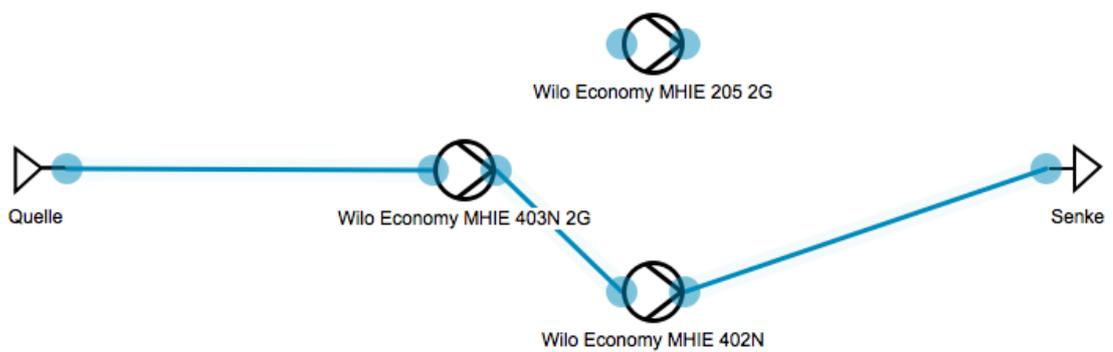


Abbildung 14.64: G15-350_W_D_MDM_P1 - Lösung SA: Lastfälle 2, 3, 4

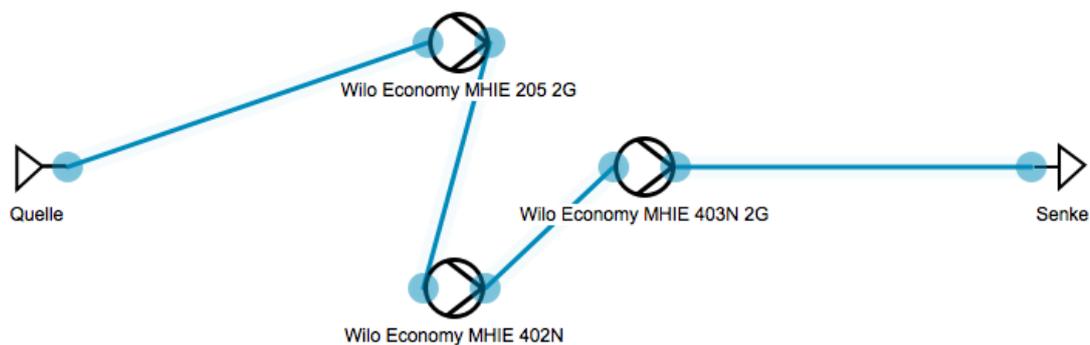


Abbildung 14.65: G15-350_W_D_MDM_P1 - Optimale Lösung: Lastfall 5

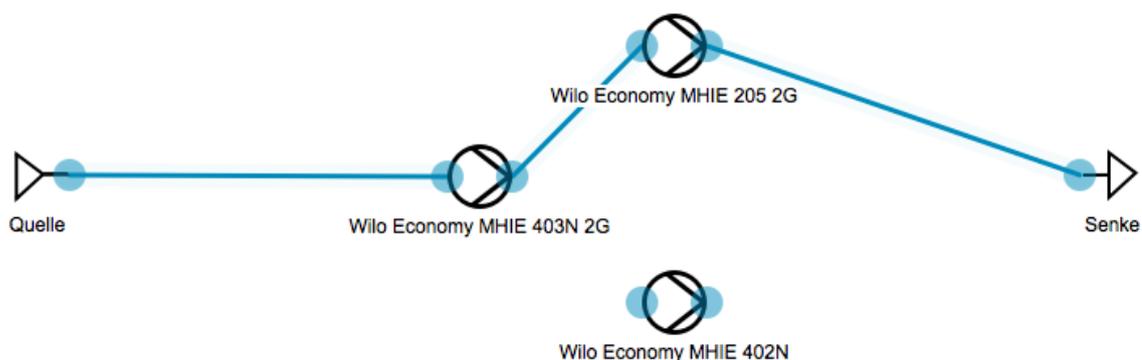


Abbildung 14.66: G15-350_W_D_MDM_P1 - Lösung SA: Lastfall 5

Testinstanz G15-350_W_D_MDM_P2

Das optimale und mittels Simulated Annealing gefundene Gesamtsystem sowie die Nutzung von Teilsystemen in den einzelnen Lastfällen sind gleich.



Abbildung 14.67: G15-350_W_D_MDM_P2 - Optimale Lösung: Topologie und Lastfälle 1, 2, 3, 4, 5 / Lösung SA: Topologie und Lastfälle 1, 2, 3, 4, 5

Testinstanz G15-350_W_Z_MDM_P1

In dieser Testinstanz konnte mittels Simulated Annealing die kostenoptimale Topologie, aufgrund der fehlenden Serien-Parallelität, nicht gefunden werden. Das optimale und das mittels Simulated Annealing gefundene Gesamtsystem sowie die Nutzung von Teilsystemen in den einzelnen Lastfällen unterscheiden sich.



Abbildung 14.68: G15-350_W_Z_MDM_P1 - Optimale Lösung: Topologie

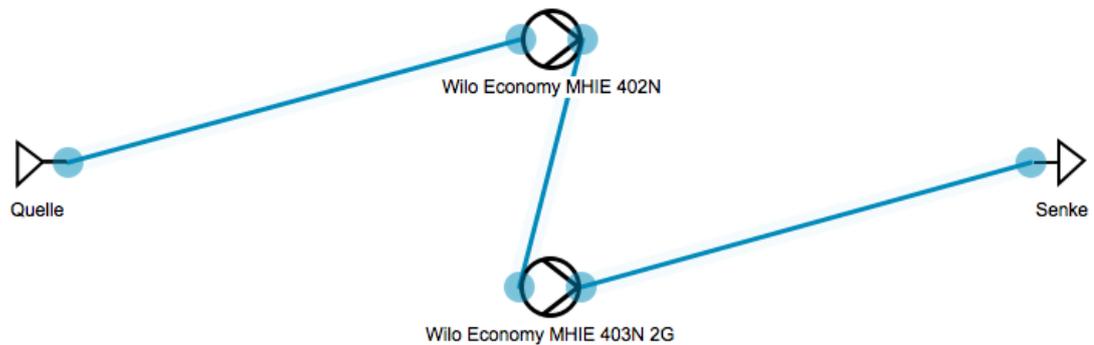


Abbildung 14.69: G15-350_W_Z_MDM_P1 - Lösung SA: Topologie und Lastfälle 1, 2, 3, 4, 5 / Optimale Lösung: Lastfälle 1, 3, 4, 5



Abbildung 14.70: G15-350_W_Z_MDM_P1 - Optimale Lösung: Lastfall 2

Testinstanz G15-350_W_Z_MDM_P2

Das optimale und mittels Simulated Annealing gefundene Gesamtsystem sowie die Nutzung von Teilsystemen in den einzelnen Lastfällen sind gleich.



Abbildung 14.71: G15-350_W_Z_MDM_P2 - Optimale Lösung: Topologie und Lastfälle 1, 2, 3, 4, 5 / Lösung SA: Topologie und Lastfälle 1, 2, 3, 4, 5

Eidesstattliche Erklärung

Ich versichere, die von mir vorgelegte Arbeit selbstständig verfasst zu haben. Alle Stellen, die wörtlich oder sinngemäß aus veröffentlichten oder nicht veröffentlichten Arbeiten anderer entnommen sind, habe ich als entnommen kenntlich gemacht. Sämtliche Quellen und Hilfsmittel, die ich für die Arbeit benutzt habe, sind angegeben. Die Arbeit hat mit gleichem Inhalt bzw. in wesentlichen Teilen noch keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegen.

Unterschrift :

Ort, Datum :

