

Kapitel 6 – Zinsoptionen

Fallstudie 20: Bewertung von Collars

Aufgabenteil a)

In einem ersten Schritt werden die notwendigen Forward Rates auf Basis der aktuellen Zinsstruktur generiert.

Zunächst werden die ZB-Abzinsfaktoren ermittelt.

$$\text{ZB-AF}(0,1) = 0,9643$$

$$\text{ZB-AF}(0,2) = 0,9263$$

$$\text{ZB-AF}(0,3) = 0,8729$$

$$\text{ZB-AF}(0,4) = 0,8242$$

	<i>Exakte Werte</i>
$\text{ZB} - \text{AF}(1,1) = \frac{0,9263}{0,9643} = 0,9606$	0,9605
$\text{ZB} - \text{AF}(2,1) = \frac{0,8729}{0,9263} = 0,9424$	0,9424
$\text{ZB} - \text{AF}(3,1) = \frac{0,8242}{0,8729} = 0,9442$	0,9442
$\text{FR}(1,1) = \frac{0,9643}{0,9263} - 1 = 4,10\%$	4,11%
$\text{FR}(2,1) = \frac{0,9263}{0,8729} - 1 = 6,12\%$	6,12%
$\text{FR}(3,1) = \frac{0,8729}{0,8242} - 1 = 5,91\%$	5,91%

Aufgabenteil b)

Innerer Wert des Cap auf Basis der deterministischen Forward Rates:

$$\text{IW} = (0,0612 - 0,05) \cdot 500.000 \cdot 0,8729 + (0,0591 - 0,05) \cdot 500.000 \cdot 0,8242$$

$$= 4.888,24 + 3.750,11$$

$$= 8.638,35 \text{ EUR}$$

$$8.604,39 \text{ EUR}$$

Kapitel 6 – Zinsoptionen

Fallstudie 20: Bewertung von Collars

Innerer Wert des Floor auf Basis der deterministischen Forward Rates:

Der innere Wert beträgt Null EUR, da für alle Roll-over Termine der Basiszins kleiner ist als die laufzeitspezifischen Forward Rates.

Aufgabenteil c)

Der Gesamtwert des Cap wird auf Basis des Black-Modells berechnet. Es müssen drei Caplets bewertet werden.

Caplet (1,1)

Caplet (2,1)

Caplet (3,1)

Caplet (1,1)

Exakte Werte

$$\text{Caplet (1,1)} = 500.000 \cdot 1 \cdot 0,9263 \cdot [0,041 \cdot N(d_1) - 0,05 \cdot N(d_2)]$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{0,041}{0,05}\right) + 0,25^2 \times \frac{1}{2}}{0,25 \times \sqrt{1}} = -0,6688$$

$$-0,6608$$

$$d_2 = -0,6688 - 0,25 \sqrt{1} = -0,9188$$

$$-0,9108$$

➤ $N(d_1) = N(-0,67) = 1 - 0,7486 = 0,2514$

$$0,2544$$

➤ $N(d_2) = N(-0,92) = 1 - 0,8212 = 0,1788$

$$0,1812$$

$$\begin{aligned} \text{Caplet (1,1)} &= 500.000 \cdot 1 \cdot 0,9263 \cdot (0,041 \cdot 0,2514 - 0,05 \cdot 0,1788) \\ &= 633,31 \text{ EUR} \end{aligned}$$

$$643,78$$

Kapitel 6 – Zinsoptionen**Fallstudie 20: Bewertung von Collars****Caplet (2,1)***Exakte Werte*

$$\text{Caplet (2,1)} = 500.000 \cdot 1 \cdot 0,8729 \cdot [0,0612 \cdot N(d_1) - 0,05 \cdot N(d_2)]$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{0,0612}{0,05}\right) + 0,25^2 \times \frac{2}{2}}{0,25 \times \sqrt{2}} = 0,7485$$

0,7467

$$d_2 = 0,7485 - 0,25 \sqrt{2} = 0,3949$$

-0,3949

$$\text{➤ } N(d_1) = N(0,75) = 0,7734$$

0,7724

$$\text{➤ } N(d_2) = N(0,39) = 0,6517$$

0,6529

$$\begin{aligned} \text{Caplet (2,1)} &= 500.000 \cdot 1 \cdot 0,8729 \cdot (0,0612 \cdot 0,7734 - 0,05 \cdot 0,6517) \\ &= 6.436,36 \text{ EUR} \end{aligned}$$

6.369,84

Caplet (3,1)

$$\text{Caplet (3,1)} = 500.000 \cdot 1 \cdot 0,8242 \cdot [0,0591 \cdot N(d_1) - 0,05 \cdot N(d_2)]$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{0,0591}{0,05}\right) + 0,25^2 \times \frac{3}{2}}{0,25 \times \sqrt{3}} = 0,6027$$

0,6010

$$d_2 = 0,6027 - 0,25 \sqrt{3} = 0,1697$$

0,1680

$$\text{➤ } N(d_1) = N(0,60) = 0,7257$$

0,7261

$$\text{➤ } N(d_2) = N(0,17) = 0,5675$$

0,5667

$$\begin{aligned} \text{Caplet (3,1)} &= 500.000 \cdot 1 \cdot 0,8242 \cdot (0,0591 \cdot 0,7257 - 0,05 \cdot 0,5675) \\ &= 5.981,17 \text{ EUR} \end{aligned}$$

5.994,50

Der Gesamtwert des Cap ergibt sich aus der Summe seiner Caplets:

$$\text{Gesamtwert} = 633,31 + 6.436,36 + 5.981,17 = 13.050,84 \text{ EUR}$$

13.008,13

Kapitel 6 – Zinsoptionen

Fallstudie 20: Bewertung von Collars

Alternativ lässt sich der Cap-Preis auch mit dem Online-Tool für Caps berechnen. Abweichungen ergeben sich hier wieder durch andere Anzahlen von nachkommastellen bei ZB-Abzinsfaktoren und Quantilen.

Mit dem Online-Tool ergibt sich ein Gesamtwert des Cap von 13.219 EUR.

Aufgabenteil d)

Der Gesamtwert des Floor wird ebenfalls auf Basis des Black-Modells berechnet. Es müssen drei Floorlets bewertet werden.

Floorlet (1,1)

Floorlet (2,1)

Floorlet (3,1)

Floorlet (1,1)

Exakte Werte

$$\text{Floorlet (1,1)} = 500.000 \cdot 1 \cdot 0,9263 \cdot [0,03 \cdot N(-d_2) - 0,041 \cdot N(-d_1)]$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{0,041}{0,03}\right) + 0,25^2 \times \frac{1}{2}}{0,25 \times \sqrt{1}} = 1,3745$$

1,3825

$$d_2 = 1,3745 - 0,25 \sqrt{1} = 1,1245$$

1,1325

➤ $N(-d_1) = N(-1,37) = 1 - N(1,37) = 1 - 0,9147 = 0,0853$

0,0834

➤ $N(-d_2) = N(-1,12) = 1 - N(1,12) = 1 - 0,8686 = 0,1314$

0,1287

$$\begin{aligned} \text{Floorlet (1,1)} &= 500.000 \cdot 1 \cdot 0,9263 \cdot (0,03 \cdot 0,1314 - 0,041 \cdot 0,0853) \\ &= 205,96 \text{ EUR} \end{aligned}$$

201,34

Kapitel 6 – Zinsoptionen**Fallstudie 20: Bewertung von Collars****Floorlet (2,1)***Exakte Werte*

$$\text{Floorlet (2,1)} = 500.000 \cdot 1 \cdot 0,8729 \cdot [0,03 \cdot N(-d_2) - 0,0612 \cdot N(-d_1)]$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{0,0612}{0,03}\right) + 0,25^2 \times \frac{2}{2}}{0,25 \times \sqrt{2}} = 2,1933$$

2,1915

$$d_2 = 2,1933 - 0,25 \sqrt{2} = 1,8397$$

1,8380

$$\text{➤ } N(-d_1) = N(-2,19) = 1 - N(2,19) = 1 - 0,9857 = 0,0143$$

0,0142

$$\text{➤ } N(-d_2) = N(-1,84) = 1 - N(1,84) = 1 - 0,9671 = 0,0329$$

0,0330

$$\begin{aligned} \text{Floorlet (1,1)} &= 500.000 \cdot 1 \cdot 0,8729 \cdot (0,03 \cdot 0,0329 - 0,0612 \cdot 0,0143) \\ &= 48,81 \text{ EUR} \end{aligned}$$

53,28

Floorlet (3,1)

$$\text{Floorlet (3,1)} = 500.000 \cdot 1 \cdot 0,8242 \cdot [0,03 \cdot N(-d_2) - 0,0591 \cdot N(-d_1)]$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{0,0591}{0,03}\right) + 0,25^2 \times \frac{3}{2}}{0,25 \times \sqrt{3}} = 1,7824$$

1,7807

$$d_2 = 1,7824 - 0,25 \sqrt{3} = 1,3494$$

1,3477

$$\text{➤ } N(-d_1) = N(-1,78) = 1 - N(1,78) = 1 - 0,9625 = 0,0375$$

0,0375

$$\text{➤ } N(-d_2) = N(-1,35) = 1 - N(1,35) = 1 - 0,9115 = 0,0885$$

0,0889

$$\begin{aligned} \text{Floorlet (3,1)} &= 500.000 \cdot 1 \cdot 0,8242 \cdot (0,03 \cdot 0,0885 - 0,0591 \cdot 0,0375) \\ &= 180,81 \text{ EUR} \end{aligned}$$

186,61

Der Gesamtwert des Floor ergibt sich aus der Summe seiner Floorlets:

$$\text{Gesamtwert} = 205,96 + 48,81 + 180,81 = 435,58 \text{ EUR}$$

441,23

Kapitel 6 – Zinsoptionen**Fallstudie 20: Bewertung von Collars****Aufgabenteil e)**

Preisstruktur des Cap:

Caplet	Innerer Wert in EUR	Zeitwert in EUR	Gesamtwert in EUR
(0)	(1)	$(2) = (3) - (1)$	(3)
(1,1)	0,00	633,31	633,31
(2,1)	4.888,24	1.548,12	6.436,36
(3,1)	3.750,11	2.231,06	5.981,17

Preisstruktur des Floor:

Floorlet	Innerer Wert in EUR	Zeitwert in EUR	Gesamtwert in EUR
(0)	(1)	$(2) = (3) - (1)$	(3)
(1,1)	0,00	205,96	205,96
(2,1)	0,00	48,81	48,81
(3,1)	0,00	180,81	180,81

Exakte Werte:

Preisstruktur des Cap:

Caplet	Innerer Wert in EUR	Zeitwert in EUR	Gesamtwert in EUR
(0)	(1)	$(2) = (3) - (1)$	(3)
(1,1)	0,00	643,78	643,78
(2,1)	4.871,40	1.498,44	6.369,84
(3,1)	3.953,66	2.040,84	5.994,50

Kapitel 6 – Zinsoptionen

Fallstudie 20: Bewertung von Collars

Preisstruktur des Floor:

Floorlet	Innerer Wert in EUR	Zeitwert in EUR	Gesamtwert in EUR
(0)	(1)	(2) = (3) – (1)	(3)
(1,1)	0,00	201,34	201,34
(2,1)	0,00	53,28	53,28
(3,1)	0,00	186,61	186,61

Aufgabenteil f:

Da die X-Bank den Collar emittiert, handelt es sich aus ihrer Sicht um einen Short Collar.

- Shortposition im Cap und Longposition im Floor

Gesamtwert = $13.050,84 - 435,58 = 12.615,26$ EUR

Der Gesamtwert der Short Collar beträgt 12.615,26 EUR

Exakter Wert: 12.566,90 EUR