

## Kapitel 6 – Zinsoptionen

### Fallstudie 19: Bewertung von Floors

#### Aufgabenteil a)

Die Zinsen für die ersten drei Monate der Floorlaufzeit sind deterministisch.

Daher bedarf es keiner Absicherung.

Folgende Floorlets sind notwendig:

Floorlet (3 M, 3 M)

Floorlet (6 M, 3 M)

Floorlet (9 M, 3 M)

Floorlet (12 M, 3 M)

Floorlet (15 M, 3 M)

Insgesamt werden somit 5 Floorlets benötigt.

#### Aufgabenteil b)

Zunächst sind durch Interpolation die Nullkuponzinssätze für eine Laufzeit 3,6,9,12,15 und 18 Monate zu berechnen.

$$3 - \text{Monatszins} = 2,0 + (3,0 - 2,0) \times \frac{3}{12} = 2,25\%$$

$$6 - \text{Monatszins} = 2,0 + (3,0 - 2,0) \times \frac{6}{12} = 2,50\%$$

$$9 - \text{Monatszins} = 2,0 + (3,0 - 2,0) \times \frac{9}{12} = 2,75\%$$

$$12 - \text{Monatszins} = 2,0 + (3,0 - 2,0) \times \frac{12}{12} = 3,00\%$$

$$15 - \text{Monatszins} = 3,0 + (4,020 - 3,0) \times \frac{3}{12} = 3,255\%$$

$$18 - \text{Monatszins} = 3,0 + (4,020 - 3,0) \times \frac{6}{12} = 3,510\%$$

Die laufzeitspezifischen ZB-Abzinsfaktoren können aus den Nullkuponzinsen ermittelt werden.

## Kapitel 6 – Zinsoptionen

### Fallstudie 19: Bewertung von Floors

$$ZB - AF(0,3 M) = \frac{1}{(1+0,0225 \times \frac{1}{4})} = \frac{1}{1,005625} = 0,9944$$

$$ZB - AF(0,6 M) = \frac{1}{(1+0,025 \times \frac{1}{2})} = \frac{1}{1,0125} = 0,9877$$

$$ZB - AF(0,9 M) = \frac{1}{(1+0,0275 \times \frac{3}{4})} = \frac{1}{1,020625} = 0,9798$$

$$ZB - AF(0,12 M) = \frac{1}{(1+0,03)} = \frac{1}{1,03} = 0,9709$$

$$ZB - AF(0,15 M) = \frac{1}{(1+0,03255)^{1,25}} = 0,9608$$

$$ZB - AF(0,18 M) = \frac{1}{(1+0,0351)^{1,5}} = 0,9496$$

Damit mögliche Ausgleichszahlungen auf Basis der aktuellen Zinsstrukturkurve berechnet werden können, müssen die deterministischen Forward Rates bekannt sein.

	<i>Exakte Werte</i>
$ZB - AF(3M,6M) = \frac{ZB-AF(0,6M)}{ZB-AF(0,3M)} = \frac{0,9877}{0,9944} = 0,9933$	0,9933
$ZB - AF(6M,9M) = \frac{0,9798}{0,9877} = 0,9920$	0,9920
$ZB - AF(9M,12M) = \frac{0,9709}{0,9798} = 0,9909$	0,9909
$ZB - AF(12M,15M) = \frac{0,9608}{0,9709} = 0,9896$	0,9896
$ZB - AF(15M,18M) = \frac{0,9496}{0,9608} = 0,9883$	0,9884

Mit den jetzt bekannten ZB-Abzinsfaktoren können die Forward Rates berechnet werden.

$$i(3M,3M) = \frac{1-0,9933}{0,9933} = 0,0067 \quad \left| \quad 0,0068 \right.$$

$$\Rightarrow \text{ auf Jahresbasis: } 0,0067 \times 4 = 0,0268 = 2,68\% \quad \left| \quad 2,73\% \right.$$

$$i(6M,3M) = \frac{1-0,9920}{0,9920} = 0,0081 \quad \left| \quad 0,0080 \right.$$

$$\Rightarrow \text{ auf Jahresbasis: } 0,0081 \times 4 = 0,0324 = 3,24\% \quad \left| \quad 3,21\% \right.$$

## Kapitel 6 – Zinsoptionen

### Fallstudie 19: Bewertung von Floors

	<i>Exakte Werte</i>
$i(9,3M) = \frac{1-0,9909}{0,9909} = 0,0092$	0,0092
$\Rightarrow$ auf Jahresbasis: $0,0092 \times 4 = 0,0368 = 3,68\%$	3,67%
$i(12M,3M) = \frac{1-0,9896}{0,9896} = 0,0105$	0,0105
$\Rightarrow$ auf Jahresbasis: $0,0105 \times 4 = 0,0428 = 4,20\%$	4,21%
$i(15M,3M) = \frac{1-0,9883}{0,9883} = 0,0118$	0,0118
$\Rightarrow$ auf Jahresbasis: $0,0118 \times 4 = 0,0472 = 4,72\%$	4,71%

Diese Forward Rates führen zu folgenden Ausgleichszahlungen (Fixing, die Ausgleichszahlung erfolgt jeweils drei Monate später).

Roll-over Termin:	Ausgleichszahlung:	
In t= 3M	$(0,045-0,0268) \times 10.000.000 \times \frac{1}{4} = 45.500 \text{ EUR}$	44.134,56
In t= 6M	$(0,045-0,0324) \times 10.000.000 \times \frac{1}{4} = 31.500 \text{ EUR}$	32.253,09
In t= 9M	$(0,045-0,0368) \times 10.000.000 \times \frac{1}{4} = 20.500 \text{ EUR}$	20.644,52
In t= 12M	$(0,045-0,0420) \times 10.000.000 \times \frac{1}{4} = 7.500 \text{ EUR}$	7.143,51
In t= 15M	Null EUR, da FR > Basiszins	

## Kapitel 6 – Zinsoptionen

### Fallstudie 19: Bewertung von Floors

#### Aufgabenteil c)

Der Innere Wert des Floors ergibt sich aus Summierung und Diskontierung der Ausgleichszahlungen von den einzelnen Floorlets:

$$\begin{aligned} \text{Innere Wert} &= 45.000 \times 0,9877 + 31.500 \times 0,9798 + 20.500 \times 0,9709 + 7.500 \times 0,9608 \\ &= 102.913,50 \text{ EUR} \end{aligned}$$

Der exakte Wert lautet 102.097,35 EUR

#### Aufgabenteil d)

Alle 5 Floorlets sind jeweils mit dem Black-Modell zu bewerten:

#### Floorlet (3M,3M)

$$F = 10.000.000 \cdot 0,25 \cdot 0,9877 \cdot [0,045 \cdot N(-d_2) - 0,0268 \cdot N(-d_1)]$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{0,0268}{0,045}\right) + 0,2^2 \times \frac{0,25}{2}}{0,2 \times \sqrt{0,25}} = -5,1326$$

$$d_2 = -5,1326 - 0,2 \sqrt{0,25} = -5,2326$$

$$N(-d_2) = N(5,2326) = 1,0000$$

$$N(-d_1) = N(5,1326) = 1,0000$$

$$\begin{aligned} F &= 10.000.000 \cdot 0,25 \cdot 0,9877 \cdot (0,045 \cdot 1 - 0,0268 \cdot 1) \\ &= 44.940,35 \text{ EUR} \end{aligned}$$

*Exakte Werte*

-4,9309

-5,0309

43.589,69

**Kapitel 6 – Zinsoptionen****Fallstudie 19: Bewertung von Floors****Floorlet (6M,3M)***Exakte Werte*

$$F = 10.000.000 \cdot 0,25 \cdot 0,9798 \cdot [0,045 \cdot N(-d_2) - 0,0324 \cdot N(-d_1)]$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{0,0324}{0,045}\right) + 0,2^2 \times \frac{0,5}{2}}{0,2 \times \sqrt{0,5}} = -2,2522$$

-2,3182

$$d_2 = -2,2522 - 0,2 \sqrt{0,5} = -2,3936$$

-2,4596

$$N(-d_2) = N(2,39) = 0,9916$$

0,9930

$$N(-d_1) = N(2,25) = 0,9878$$

0,9898

$$F = 10.000.000 \cdot 0,25 \cdot 0,9798 \cdot (0,045 \cdot 0,9916 - 0,0324 \cdot 0,9878)$$

$$= 30.906,03 \text{ EUR}$$

31.638,26

**Floorlet (9M,3M)**

$$F = 10.000.000 \cdot 0,25 \cdot 0,9709 \cdot [0,045 \cdot N(-d_2) - 0,0332 \cdot N(-d_1)]$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{0,0367}{0,045}\right) + 0,2^2 \times \frac{0,75}{2}}{0,2 \times \sqrt{0,75}} = -1,0748$$

-1,0839

$$d_2 = -1,09 - 0,2 \sqrt{0,75} = -1,2480$$

-1,2571

$$N(-d_2) = N(1,25) = 0,8944$$

0,8956

$$N(-d_1) = N(1,08) = 0,8577$$

0,8608

$$F = 10.000.000 \cdot 0,25 \cdot 0,9709 \cdot (0,045 \cdot 0,8944 - 0,0367 \cdot 0,8577)$$

$$= 21.079,79 \text{ EUR}$$

21.059,19

**Kapitel 6 – Zinsoptionen****Fallstudie 19: Bewertung von Floors****Floorlet (12M,3M)***Exakte Werte*

$$F = 10.000.000 \cdot 0,25 \cdot 0,9608 \cdot [0,045 \cdot N(-d_2) - 0,0428 \cdot N(-d_1)]$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{0,0420}{0,045}\right) + 0,2^2 \times \frac{1}{2}}{0,2 \times \sqrt{1}} = -0,2450$$

-0,2280

$$d_2 = -0,1506 - 0,2 \sqrt{1} = -0,4450$$

-0,4280

$$N(-d_2) = N(0,45) = 0,6736$$

0,6657

$$N(-d_1) = N(0,25) = 0,5987$$

0,5902

$$F = 10.000.000 \cdot 0,25 \cdot 0,9608 \cdot (0,045 \cdot 0,6736 - 0,0420 \cdot 0,5987)$$

$$= 12.410,17 \text{ EUR}$$

12.210,58

**Floorlet (15M,3M)**

$$F = 10.000.000 \cdot 0,25 \cdot 0,9496 \cdot [0,045 \cdot N(-d_2) - 0,0468 \cdot N(-d_1)]$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{0,0472}{0,045}\right) + 0,2^2 \times \frac{1,25}{2}}{0,2 \times \sqrt{1,25}} = 0,3253$$

0,3164

$$d_2 = 0,2872 - 0,2 \sqrt{1,25} = 0,1017$$

0,0928

$$N(-d_2) = N(-0,10) = 1 - N(0,10) = 0,4602$$

0,4631

$$N(-d_1) = N(-0,33) = 1 - N(0,33) = 0,3707$$

0,3759

$$F = 10.000.000 \cdot 0,25 \cdot 0,9496 \cdot (0,045 \cdot 0,4602 - 0,0472 \cdot 0,3707)$$

$$= 7.625,19 \text{ EUR}$$

7.434,47

## Kapitel 6 – Zinsoptionen

### Fallstudie 19: Bewertung von Floors

*Exakte Werte*

$$\begin{aligned}\text{Gesamtwert} &= 44.940,35 + 30.906,03 + 21.079,79 + 12.410,17 + 7.625,19 \\ &= 116.961,53 \text{ EUR}\end{aligned}$$

Der Gesamtwert des Floors beträgt 116.961,53 EUR.

Der exakte Wert ist 115.932,20 EUR

#### Aufgabenteil e)

Preisstruktur des Floors:

$$\begin{aligned}\text{Zeitwert} &= \text{Gesamtwert} - \text{Innerer Wert} \\ &= 116.961,53 \text{ EUR} - 102.913,50 \text{ EUR} \\ &= 14.048,03 \text{ EUR}\end{aligned}$$

13.834,84

$$\text{Gesamtwert} = 116.961,53 \text{ EUR}$$

115.932,20

$$\text{Innerer Wert} = 102.913,50 \text{ EUR}$$

102.097,35

$$\text{Zeitwert} = 14.048,03 \text{ EUR}$$

13.834,83