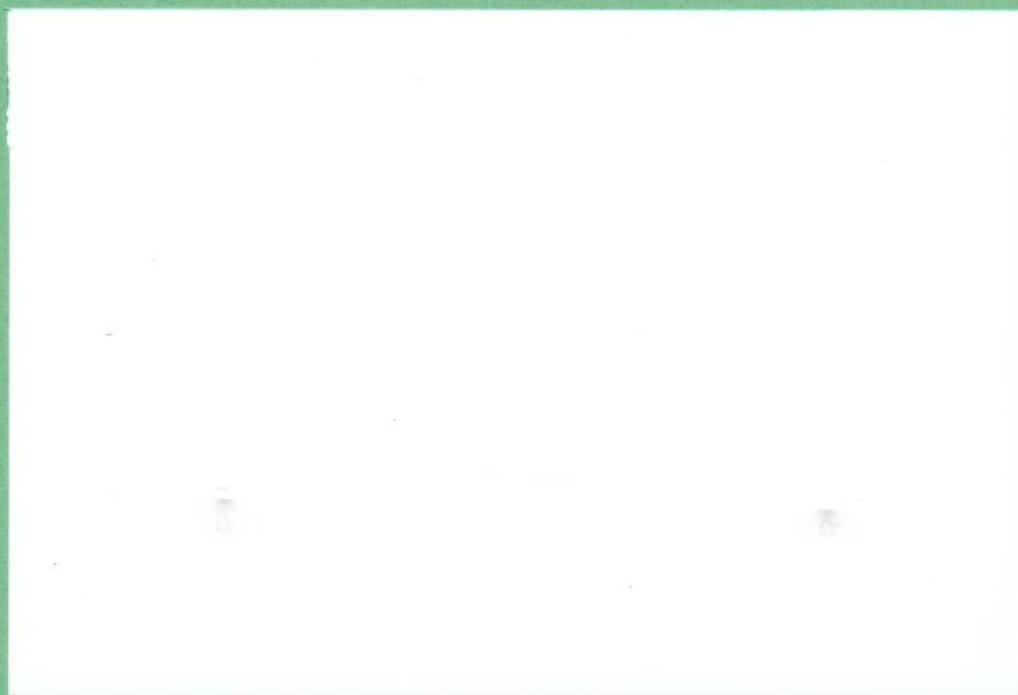


**VOLKSWIRTSCHAFTLICHE
DISKUSSIONSBEITRÄGE**



**UNIVERSITÄT - GESAMTHOCHSCHULE - SIEGEN
FACHBEREICH WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFTEN**

Naturwissenschaftliche Grundlagen natürlicher Selbstreinigungsprozesse in Wasserressourcen

Klaus Fiedler, GH-Siegen

Discussion Paper No.49-94

Zusammenfassung

Die umweltökonomische Literatur verwendet mehrere stark unterschiedliche Hypothesen über Selbstreinigungsprozesse in Wasserressourcen. Dieser Aufsatz stellt naturwissenschaftliche Selbstreinigungsmodelle vor, leitet aus diesen stationäre Selbstreinigungsfunktionen her und überprüft, welche der in umweltökonomischer Literatur verwendeten Selbstreinigungshypothesen aus naturwissenschaftlicher Sicht gestützt werden. Dabei stellt sich heraus, daß drei umweltökonomische Selbstreinigungshypothesen naturwissenschaftlich begründbar und drei Hypothesen nicht durch naturwissenschaftliche Selbstreinigungsmodelle erklärbar sind. Durch einfache lineare Transformation gewinnt man aus den naturwissenschaftlich fundierten stationären Selbstreinigungsfunktionen die entsprechenden stationären Gewässergüterregenerationsfunktionen. Eine von diesen gleicht qualitativ der Regenerationsfunktion von Fisch- und Waldbeständen und ist aus naturwissenschaftlicher Sicht die für die umweltökonomische Modellbildung bedeutsamste.

Naturwissenschaftliche Grundlagen natürlicher Selbstreinigungsprozesse in Wasserressourcen

Klaus Fiedler¹, GH–Siegen

1. Problemstellung

Im anthropogenem Sektor fallen im Zuge der dauerhaften Produktion und Konsumption permanent Schadstoffe an. Wegen des **Massenerhaltungsgesetzes**² können diese nicht "in das Nichts aufgelöst" werden, sondern werden kontinuierlich in aquatische Ökosysteme emittiert. In diesen laufen natürliche Selbstreinigungsprozesse ab, die Schadstoffe **automatisch** in "umweltneutrale" Abbauprodukte umwandeln, welche die Gewässergüte nicht beeinträchtigen.³

Die umweltökonomische Literatur verwendet eine Reihe stark unterschiedlicher Hypothesen über Selbstreinigungsprozesse, die meistens nicht durch Selbstreinigungsmodelle aus naturwissenschaftlicher Literatur fundiert sind. Dabei gewinnt man den Eindruck, daß die Verwendung einer jeweiligen Selbstreinigungshypothese gar keiner Begründung bedarf – bestenfalls eines Hinweises auf eine andere umweltökonomische Veröffentlichung, aber nicht einer Fundierung durch naturwissenschaftliche Erkenntnisse. Dies ist deshalb besonders unbefriedigend, da umweltökonomische Modellimplikationen oft signifikant von einer jeweiligen Selbstreinigungshypothese abhängen.

Im folgenden stellen wir Selbstreinigungsmodelle aus naturwissenschaftlicher Literatur vor, leiten aus diesen stationäre Selbstreinigungsfunktionen her und überprüfen, welche der in umweltökonomischer Literatur verwendeten Selbstreinigungshypothesen aus na-

¹Für wertvolle Hinweise, die mich von vielen Irrwegen abbrachten, danke ich Herrn Rüdiger Pethig. Zusätzlich hat dieser Aufsatz von der freundschaftlichen und stimulierenden Atmosphäre am Lehrstuhl für Volkswirtschaftslehre IV, insbesondere durch meine Kollegen Frau Hildegard Müller und Herrn Daniel Weinbrenner profitiert. Auf keinen Fall zuletzt möchte ich meiner Frau Petra danken, die ebenfalls einige Fassungen dieses Aufsatzes kritisch und konstruktiv gelesen hat. Für verbleibende Mängel bin ich allein verantwortlich.

²Das Massenerhaltungsgesetz besagt, daß Masse weder aus dem "Nichts" geschaffen werden kann, noch in das "Nichts" aufgelöst werden kann.

³Neben natürlichen Selbstreinigungsprozessen gibt es gemäß Bonse und Metzler (1978, S. 2 f.) ebenfalls die selten zu beobachtenden natürlichen Selbstverschmutzungsprozesse, die harmlose Wasserinhaltsstoffe in giftige Substanzen transformieren. Selbstverschmutzungsprozesse klammern wir aus unserer Analyse aus.

turwissenschaftlicher Sicht haltbar sind. Schließlich ermitteln wir aus den stationären Selbstreinigungsfunktionen durch Transformation des Schadstoffmeßkonzepts in ein Gewässergütemeßkonzept die stationären Gewässergüterregenerationsfunktionen.

2. Hypothesen der umweltökonomischen Literatur über natürliche Selbstreinigungsprozesse in Wasserressourcen

In einer Wasserressource ist die zeitliche Änderung $\dot{s} := \frac{ds}{dt}$ des Schadstoffbestands⁴ s durch die dauerhafte Schadstoffemission e und den jeweiligen Selbstreinigungsprozeß $S(s)$ determiniert⁵:

$$(2.1) \quad \dot{s} = e - S(s)$$

Die linke Seite dieser Differentialgleichung hat die Dimension [Masse/Zeit]. Damit die Dimension auf beiden Seiten von (2.1) übereinstimmt, muß der Selbstreinigungsprozeß $S(s)$ und die Schadstoffemission e ebenfalls die Dimension [Masse/Zeit] haben. Dabei repräsentiert die Schadstoffemission als **Stromgröße** den Schadstoffmasseneintrag pro Zeit in eine Wasserressource und der Selbstreinigungsprozeß $S(s)$ ist die Schadstoffmassenumwandlung in ein **harmloses** Abbauprodukt pro Zeit. Die Schreibweise $S(s)$ drückt aus, daß Selbstreinigungsprozesse in der Regel vom Schadstoffbestand abhängen.⁶ In umweltökonomischen Modellen ist oft der **stationäre**, durch $\dot{s} = 0$ gegebene Schadstoffbestand von besonderem Interesse. Mit $\dot{s} = 0$ resultiert aus (2.1) die **stationäre** Selbstreinigungsfunktion

⁴Pethig (1979, S. 32) faßt in der Variable s den gesamten Umweltzustand zusammen. Dieser ist dann formal ein Vektor $s = (s_1, \dots, s_v, \dots, s_n)$ mit $n \in \mathbb{N}$. Dabei symbolisiert die Komponente s_v den v -ten Umweltbelastungsindikator. In unserem stark vereinfachten Modell betrachten wir den jeweiligen Schadstoffbestand als **einzigen** Umweltbelastungsindikator. D. h. der Schadstoffbestand charakterisiert den **gesamten** Zustand einer Wasserressource.

⁵Die Differentialgleichung (2.1) ist sehr speziell formuliert. Allgemein gilt gemäß Barbier und Markandya (1990, S. 660) und Pethig (1992, S. 3) mit der Definition einer Überschufnachfrage nach Selbstreinigungsprozessen, $z := e - S(s) \gtrless 0$:

$$\dot{s} = \hat{S}(z) \quad \text{mit} \quad \hat{S}_z(z) > 0, \hat{S}_{zz}(z) > 0 \text{ und } \hat{S}(0) = 0.$$

Mit der vereinfachenden Annahme $\hat{S}_z(z) = 1$ folgt aus $\dot{s} = \hat{S}(z)$ unmittelbar (2.1).

⁶Weiter enthält die Selbstreinigungsfunktion $S(s)$ neben der Variable s oft Naturkonstanten. Deren Dimension ist jeweils so anzupassen, daß die Funktion $S(s)$ die Dimension [Masse/Zeit] hat.

$$(2.2) \quad e = S(s).$$

In (2.2) kompensiert der Selbstreinigungsprozeß $S(s)$ eine kontinuierliche Schadstoffemission e gerade so, daß ein dieser Emission genau entsprechender stationärer Schadstoffbestand langfristig aufrecht erhalten wird. Dabei steigt / stagniert / sinkt der Schadstoffbestand in der Zeit genau dann, wenn die Schadstoffemission größer als / genauso hoch wie / kleiner als der Selbstreinigungsprozeß ist: $\dot{s} \gtrless 0 \Leftrightarrow e \gtrless S(s)$

Das Bild 2.1 stellt die unterschiedlichen Hypothesen der umweltökonomischen Literatur über den qualitativen Verlauf stationärer Selbstreinigungsfunktionen vor:

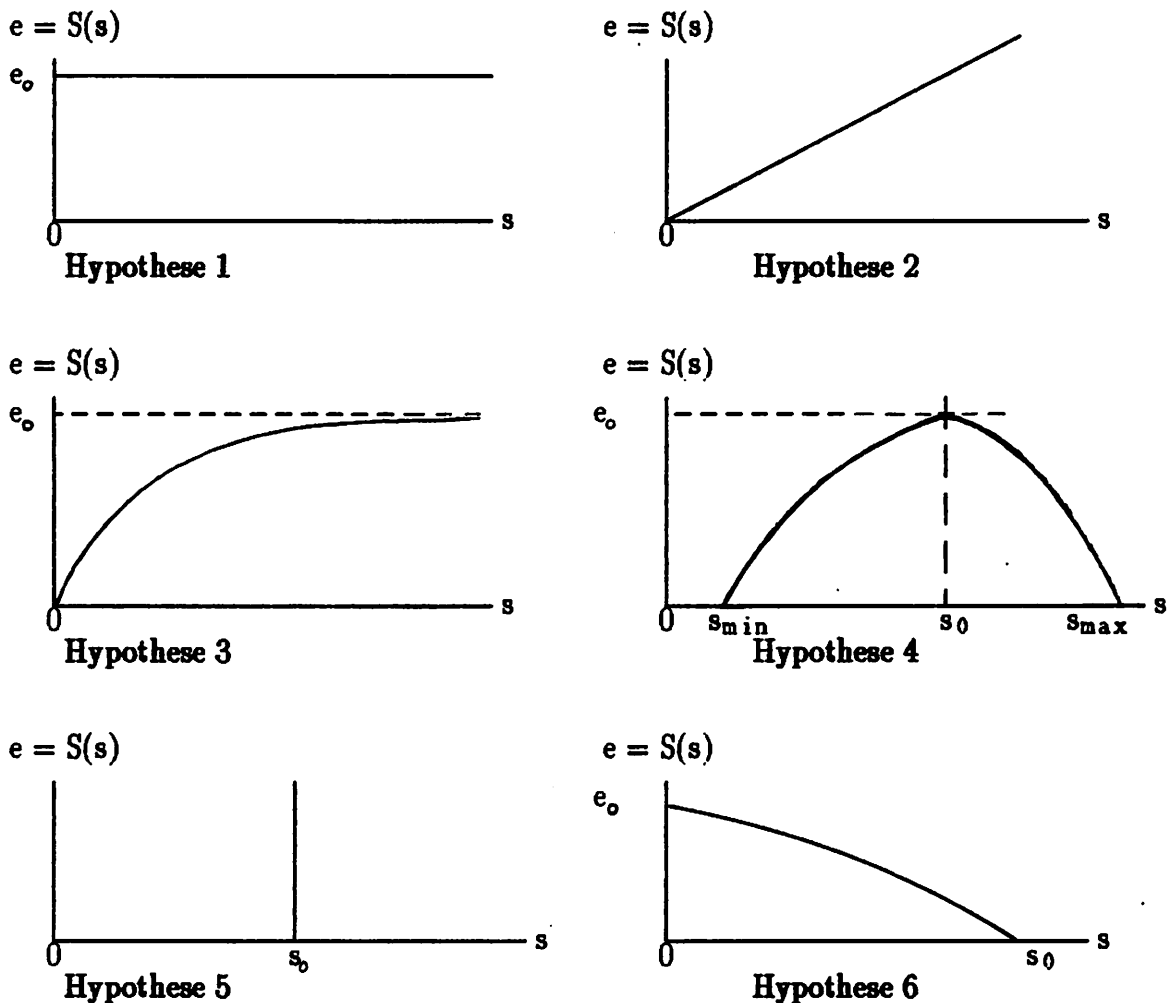


Bild 2.1: Hypothesen der umweltökonomischen Literatur über den qualitativen Verlauf der stationären Selbstreinigungsfunktion

In Bild 2.1 symbolisiert der Parameter e_0 die **Assimilationskapazität**, die Mäler (1989, S. 1 ff. und 1990, S. 93 ff.) in Anlehnung an vorwiegend skandinavische Literatur wie z. B.

Nilson (1986, S. 15) und Kuylenstierna und Chadwick (1989, S. 12) als **critical load** bezeichnet. Die Assimilationskapazität gibt die **maximale kontinuierliche Schadstoffemission** an, die **dauerhaft** von Selbstreinigungsprozessen abgebaut werden kann.

Die **Hypothese 1** legen z. B. d'Arge (1972, S. 32); Siebert (1987, S. 191) und Mäler (1991, S. 73) für ihre ökonomische Modellbildung zugrunde, die **Hypothese 2** verwenden etwa Kneese und Bower (1972, S. 37 ff.); Russel und Spofford (1972, S. 149), Mäler (1974, S. 64) und Ströbele (1992, S. 21), die **dritte Hypothese** gebrauchen Pethig (1975, S. 104), Gronych (1980, S. 28) und Weimann (1991, S. 124), mit der **vierten Hypothese** arbeiten Plourde (1970, S. 519), Forster (1975, S. 1 ff.) und Pethig (1989, S. 218). Weiter operieren Mäler (1977, S. 36) und die in diesem Aufsatz zitierten Autoren mit der äußerst selten in umweltökonomischer Literatur anzutreffenden **Hypothese 5** und Barbier und Markandya (1990, S. 662) verwenden die ebenfalls seltene **Hypothese 6**. Dieses breite Spektrum unterschiedlicher Hypothesen über den Verlauf stationärer Selbstreinigungsfunktionen erfordert die Analyse der Selbstreinigungsmodelle aus naturwissenschaftlicher Literatur.

3. Naturwissenschaftliche Selbstreinigungsmodelle

3.1 Grundmodell und Modellprämissen

Die folgenden auf dem Massenerhaltungsgesetz basierenden, deterministischen und auf die lange Frist hin orientierten Selbstreinigungsmodelle gehen davon aus, daß in eine **aggregierte Wasserressource**⁷ kontinuierlich eine zeitlich konstante Emission eines durch Selbstreinigungsprozesse abbaubaren⁸ Schadstoffs gelangt. Als Grundmodell zur Beschreibung zeitlicher Schadstoffbestandsänderungen in der aggregierten Wasserressource legen wir Markofsky (1980, S. 17 f.) und Willis und Yeh (1987, S. 16) folgend einen in der Wasserressource befindlichen **raumfesten Massenbilanzraum**, ein **Kontrollvolumenelement**, zugrunde, dessen Volumen infinitesimal klein ist. Vereinfachend nehmen wir gemäß Jorgenson (1983, S. 117) an, daß Schadstoffemissionen und alle weiteren an Selbstreinigungsprozessen beteiligten Massenbestände **homogen** in der gesamten Wasser-

⁷Vereinfachend unterscheiden wir nicht zwischen stehendem und fließendem Gewässer.

⁸Hutzinger u. a. (1977, S. 19) teilen die natürliche Abbaubarkeit von Schadstoffen in die Stufen von **leicht abbaubar** (die Abbaupzeit beträgt etwa 1 – 3 Wochen) bis **schwer abbaubar** (die Abbaupzeit beträgt einige Jahre) ein. Dabei stellen gemäß Kraft (1991, S. 17) leicht abbaubare Schadstoffe, die größtenteils vom Industriesektor (Malzfabriken, Molkeereien, Zuckerfabriken, Brauereien, Schlachthöfe und Zellstofffabriken) stammen, die größte Gewässerbelastungsgruppe dar. Solt (1987, S. 70 ff.) und Uhlmann (1988, S. 169) klassifizieren Schadstoffe nach Art und Herkunft.

ressource vermischt werden. Diese Annahme schließt lokale Massenbestandsverteilungen aus der Selbstreinigungsanalyse aus und charakterisiert die Wasserressource gemäß James (1993, S. 107) als einen vollständig "durchmischten" Selbstreinigungsreaktor. Da alle an den Selbstreinigungsprozessen beteiligten Massenbestände annahmegemäß homogen in der aggregierten Wasserressource verteilt werden, sind die Selbstreinigungsprozesse, die innerhalb des Kontrollvolumenelements ablaufen, repräsentativ für den gesamten Wasserkörper. Schließlich setzen wir die Temperatur und den Druck innerhalb der Wasserressource, die den Ablauf von Selbstreinigungsprozessen beeinflussen können, als konstant voraus.

3.2. Chemische Selbstreinigungsmodelle

3.2.1. Chemisches Selbstreinigungsmodell ohne dauerhafte Reaktionspartnerzuführung

Das Prinzip der chemischen Selbstreinigung besteht darin, daß Schadstoffe dauerhaft mit in einer Wasserressource "von Natur aus" vorhandenen Reaktionspartnern zu unschädlichen Abbauprodukten reagieren.

Die Katalyse e. V. (1987 S. 50 ff.) gibt die nach Art und Herkunft wichtigsten Reaktionspartner natürlicher Gewässer an, mit denen anthropogene Schadstoffe zu neutralen Abbauprodukten reagieren. Habeck-Tropfke (1980, S. 70 f.) und Jorgenson (1988, S. 101 f.) geben die wichtigsten Reaktionsbeispiele an. Das chemische Selbstreinigungsmodell, das auf Hartmann (1988, S. 109 ff.), Uhlmann (1988, S. 72 ff.) und Kummert und Stumm (1992, S. 167) basiert, ist im Bild 2.2 dargestellt:

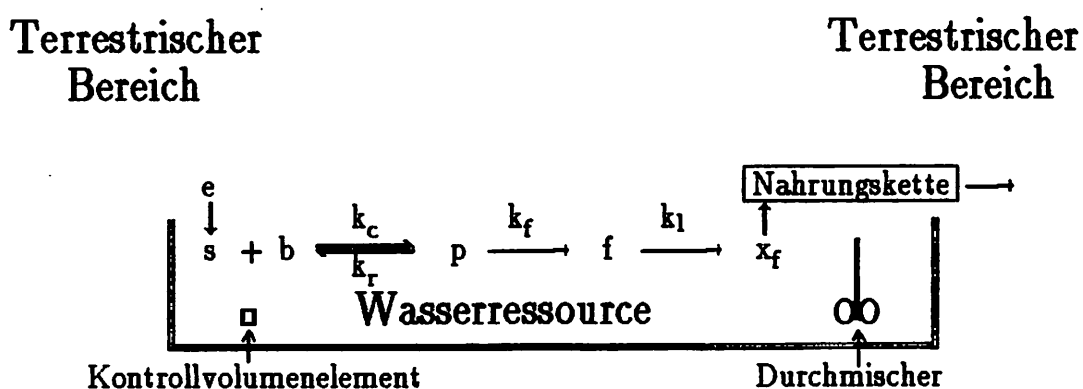


Bild 2.2: Chemische Selbstreinigung ohne kontinuierliche Reaktionspartnerzuführung

In Wasserressourcen laufen gemäß Haken (1983, S. 276), Hartinger (1991, S. 28) und Jorgenson (1988, S. 101 f.) chemische Reaktionen reversibel ab. Diese Reaktionen bestehen im Bild 2.2 aus der Hinreaktion, $s + b \xrightarrow{k_c} p$, in welcher der Schadstoff s mit

einem Reaktionspartner b zum harmlosen Abbauprodukt p reagiert und der Rückreaktion, $s + b \xrightleftharpoons[k_r]{k_c} p$, die das Abbauprodukt anteilig in den Schadstoff und den Reaktionspartner zurücktransformiert. Gemäß Habeck-Tropke (1980, S. 70) und Hartinger (1991, S. 33) unterscheiden sich chemische Selbstreinigungsprozesse und solche chemische Reaktionen, die in Klärwerken ablaufen⁹, von allen anderen chemischen Reaktionsprozessen in Wasserressourcen dadurch, daß das Abbauprodukt in einem weiteren Reaktionsschritt, $p \xrightarrow{k_f} f$, **ausflockt**¹⁰ und dann einer Rückreaktion nicht mehr zugänglich ist. Dabei ist das geflockte Abbauprodukt f ebenfalls "umweltneutral" und steht gemäß Lange und Uhlmann (1989, S. 97) und Kummert und Stumm (1992, S. 41) am Anfang folgender annahmegemäß **modellexogener Nahrungskette**: Aquatische Mikroorganismen x_f verwenden das geflockte Abbauprodukt f als Nahrung und für ihren Energiestoffwechsel und werden später von solchen höheren Organismen verzehrt, die sowohl im aquatischen als auch im terrestrischen Bereich leben. Die am terrestrischen und aquatischen Lebensraum angesiedelten Organismen stellen wiederum die Nahrungsgrundlage nächsthöherer Landorganismen dar. Diese Wirkungskette, durch die das Abbauprodukt¹¹ aus dem Wasserkörper in den terrestrischen Bereich gelangt, ist im Bild 2.2 durch die Reaktionsgleichung $f \xrightarrow{k_1} x_f \rightarrow \text{[Nahrungskette]}$ beschrieben. Bei dauerhafter Schadstoffemission e kann man die Wirkungskette des Bilds 2.2 gemäß Lienig (1979, S. 15 ff.), Hollemann und Wiberg (1976, S. 170), Mortimer (1983, S. 314), Lange und Uhlmann (1989, S. 97) durch folgendes Differentialgleichungssystem modellieren:

$$\begin{array}{ll}
 (2.3) \quad \dot{s} = e - k_c \cdot s \cdot b + k_r \cdot p & \text{[Schadstoffbestandsänderung]} \\
 \dot{b} = -k_c \cdot s \cdot b + k_r \cdot p & \text{[Reaktionspartnerbestandsänderung]} \\
 \dot{p} = k_c \cdot s \cdot b - k_r \cdot p - k_f \cdot p & \text{[Abbauproduktbestandsänderung]} \\
 \dot{f} = k_f \cdot p - k_1 \cdot f \cdot \bar{x}_f & \text{[Bestandsänderung des geflockten Abbauproduktes]}
 \end{array}$$

⁹Dabei basieren die meisten in Klärwerken ablaufenden Abwasserreinigungsprozesse auf den natürlichen Selbstreinigungsprozessen und sind als "immitierte" und verstärkte natürliche Selbstreinigungsprozesse anzusehen.

¹⁰Unter Flockung versteht man gemäß Hartinger (1991, S. 93 f.) die Molekülvergrößerung durch Verbindung mit weiteren langkettigen Molekülen zu sogenannten Flocken. Beispiele für Flockungsprozesse geben Rüffer und Rosenwinkel (1991, S. 316 f), Drews (1986, S. 21 f.) und Hartinger (1991, S. 93 ff.) an.

¹¹Dabei ist der Verzehr des Abbauproduktes durch die Mikroorganismen nicht als biologische Selbstreinigung anzusehen, da das Abbauprodukt annahmegemäß harmlos ist und die Gewässergüte durch den Abbauproduktverzehr somit nicht verbessert wird.

In (2.3) ist die chemische Selbstreinigungsreaktion durch die Hinreaktion $k_c \cdot s \cdot b$ gegeben und die Rückreaktion $k_r \cdot p$ wirkt der Selbstreinigungsreaktion anteilig entgegen. Der Abbauproduktbestand p wird durch die Flockungsreaktion $k_f \cdot p$ in das geflockte Abbauprodukt f transformiert. Schließlich werden die Flocken gemäß dem Term $k_1 \cdot f \cdot \bar{x}_f$ von der aquatischen Mikroorganismenart \bar{x}_f verzehrt. Dieser Sachverhalt ist durch den Subskript f an der vereinfachend als konstant angenommenen Mikroorganismenart \bar{x}_f kenntlich gemacht. Dabei stellt der konstante Mikroorganismenbestand \bar{x}_f das Anfangsglied der oben beschriebenen zum terrestrischen Bereich hinführenden Nahrungskette dar. Durch die Annahme, daß der Mikroorganismenbestand \bar{x}_f konstant ist, wird die Nahrungskette von dem chemischen Selbstreinigungsmodell formal abgekoppelt und wirkt analytisch auf dieses Selbstreinigungsmodell als exogener "Naturparameter". Weiter symbolisiert k_c eine positive Hinreaktionsgeschwindigkeitskonstante der Dimension $[1/\text{Zeit} \cdot \text{Masse}]$, k_r eine positive Rückreaktionsgeschwindigkeitskonstante der Dimension $[1/\text{Zeit}]$, k_f eine positive Flockungsgeschwindigkeitskonstante der Dimension $[1/\text{Zeit} \cdot \text{Masse}]$ und k_1 eine Konstante der Dimension $[1/\text{Zeit} \cdot \text{Masse}]$. Somit hat die durch den Term $[-k_c \cdot s \cdot b + k_r \cdot p]$ abgebildete Nettoselbstreinigungsreaktion die Dimension $[\text{Masse}/\text{Zeit}]$ und gibt die Schadstoff- und Reaktionspartnermasse an, die netto pro Zeit in die Abbauproduktmasse umgesetzt wird. Weiter haben der Flockungs- und der Verzehrprozeß beide ebenfalls die Dimension $[\text{Masse}/\text{Zeit}]$ und geben die Abbauproduktmasse an, die pro Zeit ausflockt bzw. die geflockte Abbauproduktmasse an, die in der Zeit als Nahrung verzehrt wird.

Ohne den Reaktionspartner, der als limitierender Faktor¹² der chemischen Selbstreinigung wirkt, läuft in (2.3) die durch $k_c \cdot s \cdot b$ gegebene Selbstreinigungsreaktion (Hinreaktion) nicht ab. Denn bei $b = 0$ ist $k_c \cdot s \cdot b = 0$ und der Schadstoffbestand wächst in der Zeit ($\dot{s} = e > 0$), da im Zuge der kontinuierlichen Produktion und Konsumption dauerhaft Schadstoff in die Wasserressource emittiert wird. Auch dann, wenn ein positiver Reaktionspartnerbestand $b > 0$ in der Wasserressource vorhanden ist, ohne daß sich dieser zeitlich durch exogene Zuflüsse erhöht, baut die chemische Selbstreinigung eine kontinuierliche Schadstoffemission e nicht dauerhaft ab. Denn langfristig wird in der Bewegungsgleichung des Reaktionspartnerbestands die Selbstreinigungsreaktion durch die Rückreaktion kompensiert, $\dot{b} = 0 \Leftrightarrow k_c \cdot s \cdot b = k_r \cdot p$, so daß in der Bewegungsgleichung des Schadstoffbestands effektiv nur noch die dauerhafte Schadstoffemission $e > 0$ wirksam ist und der Schadstoffbestand in der Zeit ins Unermeßliche wächst ($\dot{s} > 0$). D. h.

¹²Ein Faktor wirkt genau dann limitierend auf einen Selbstreinigungsprozeß, wenn ohne diesen der Prozeß nicht abläuft bzw. wenn eine Verringerung des Faktors den Prozeß hemmt.

$$\begin{aligned}
 (2.4) \quad \dot{s} &= e - k_c \cdot s \cdot b + k_r \cdot p && [\text{Schadstoffbestandsänderung}] \\
 \dot{b} &= k_b(b_s - b) - k_c \cdot s \cdot b + k_r \cdot p && [\text{Reaktionspartner-} \\
 &&& \text{bestandsänderung}] \\
 \dot{p} &= k_c \cdot s \cdot b - k_r \cdot p - k_f \cdot p && [\text{Abbauproduktbestandsänderung}] \\
 \dot{f} &= k_f \cdot p - k_1 \cdot f \cdot \bar{x}_f && [\text{Bestandsänderung des ge-} \\
 &&& \text{flockten Abbauproduktes}]
 \end{aligned}$$

Im chemischen Selbstreinigungsmode (2.4) steigt (sinkt) / stagniert / sinkt (steigt) der Schadstoffbestand (Reaktionspartnerbestand) in der Zeit genau dann, wenn die Schadstoffemission größer / genauso groß wie / kleiner ist als die Reaktionspartnereintragsrate:

$$(2.5) \quad \dot{s} \gtrless 0 \quad \wedge \quad \dot{b} \gtrless 0 \Leftrightarrow e \gtrless k_b(b_s - b) \quad \forall s \geq 0, b \geq 0, p \geq 0.$$

Und der Abbauproduktbestand steigt / stagniert / sinkt in der Zeit genau dann, wenn der jeweils kleinere Betrag von Schadstoffemission und Reaktionspartnereintragsrate größer / genauso groß wie / kleiner ist als die Flockungsgeschwindigkeit:

$$(2.6a) \quad \dot{p} \gtrless 0 \quad \Leftrightarrow \quad \min[e, k_b(b_s - b)] \gtrless k_f \cdot p \quad \forall s \geq 0, b \geq 0, p \geq 0$$

Schließlich "läuft die Wasserressource genau dann nicht mit dem geflocktem Abbauprodukt über", wenn der jeweils kleinere Betrag der Schadstoffemission, der Reaktionspartnereintragsrate und der Flockungsgeschwindigkeit kleiner ist als bzw. gleich der Geschwindigkeit $k_1 \cdot f \cdot \bar{x}_f$ ist, mit der das geflockte Abbauprodukt durch die exogene Nahrungskette aus dem Wasserkörper in den terrestrischen Bereich gelangt:

$$(2.6b) \quad \dot{f} \leq 0 \Leftrightarrow \min[e, k_b(b_s - b), k_f \cdot p] \leq k_1 \cdot f \cdot \bar{x}_f \quad \forall s \geq 0, b \geq 0, p \geq 0$$

In der langen Frist, $\dot{s} = \dot{b} = \dot{p} = 0$, resultiert mit der Definition $\kappa := \frac{k_f \cdot k_r}{k_f + k_r}$ aus (2.4):

$$(2.7) \quad e = k_b(b_s - b) \geq 0 \quad [\text{Stationäre Reaktions-} \\ \text{partnereintragsrate}]$$

$$(2.8) \quad b = B(s) := \frac{k_b \cdot b_s}{\kappa \cdot s + k_b} \quad [\text{Stationäre Reaktionspart-} \\ \text{nerverbrauchsfunktion}]$$

Im Gegensatz zum chemischen Selbstreinigungsmodell (2.3) ohne dauerhaften Reaktionspartnereintrag existiert jedoch eine stationäre chemische Selbstreinigungsfunktion im chemischen Selbstreinigungsmodell (2.4) mit dauerhaftem Reaktionspartnereintrag. Diese ist durch die stationäre Reaktionspartnereintragsrate (2.7) und die stationäre Reaktionspartnerverbrauchsfunktion (2.8) festgelegt:

$$(2.9) \quad e = S^c(s) := k_b \cdot b_s - \frac{k_b^2 \cdot b_s}{\kappa \cdot s + k_b} \geq 0 \quad \left[\begin{array}{l} \text{Stationäre chemische} \\ \text{Selbstreinigungsfunktion} \end{array} \right]$$

Die Selbstreinigungsfunktion (2.9) ist in Bild 2.4 graphisch hergeleitet.

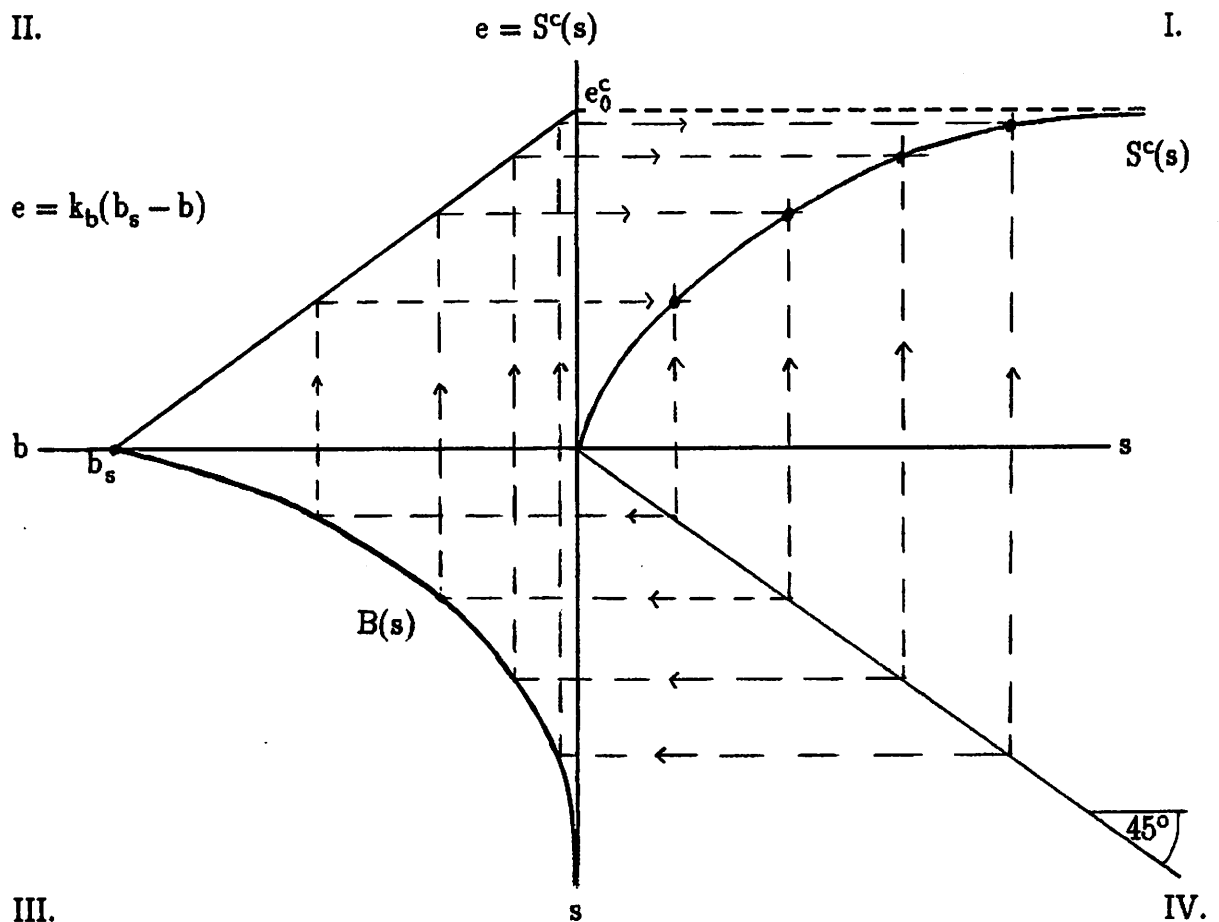


Bild 2.4: Graphische Herleitung der stationären chemischen Selbstreinigungsfunktion

Im Bild 2.4 ist durch punktweises Übertragen des Graphen der stationären Reaktionspartnerverbrauchsfunktion (2.8) im dritten Quadranten an dem Graphen der stationären Reaktionspartnereintragsrate (2.7) im zweiten Quadranten und der Winkelhalbierenden im vierten Quadranten die stationäre chemische Selbstreinigungsfunktion (2.9) im ersten

Quadranten konstruiert. Diese stützt die dritte Hypothese der umweltökonomischen Literatur über Selbstreinigungsprozesse und hat folgende Eigenschaften: Mit einem Sättigungsverlauf steigt $S^c(s)$ streng monoton, $S_s^c = \frac{k_c \cdot k_b^2 \cdot b_s}{(\kappa \cdot s + k_b)^2} > 0$, verläuft streng konvav¹⁵, $S_{ss}^c = -\frac{2k_c^2 \cdot k_b^2 \cdot b_s}{(\kappa \cdot s + k_b)^3} < 0$, durch den Koordinatensystemursprung im Bild 2.4 und hat eine natürliche Assimilationskapazität von $e_\infty := \lim_{s \rightarrow \infty} S^c(s) = k_b \cdot b_s > 0$. Gemäß der Definitionsgleichung $e_\infty := k_b \cdot b_s$ ist die natürliche Assimilationskapazität durch die maximale Reaktionspartnereintragsrate gegeben, hat die Dimension [Masse/Zeit] und ist ökologisch ebenso als maximale stationäre Reaktionsgeschwindigkeit des Schadstoffs mit dem Reaktionspartner zum Abbauprodukt interpretierbar. Die Existenz der chemischen stationären Selbstreinigungsfunktion ist an folgende zwei Bedingungen gebunden, die simultan erfüllt sein müssen:

Bedingung 1: $e \leq e_\infty := k_b \cdot b_s$

Diese Bedingung folgt unmittelbar aus (2.5). Zur ökologischen Interpretation dieser Bedingung nehmen wir an, daß die dauerhafte Schadstoffemission die natürliche Assimilationskapazität übersteigt, $e > e_\infty$. Mit $e > e_\infty$ gilt gemäß (2.5) $e > k_b(b_s - b)$ und es resultiert $\dot{b} < 0$ sowie $\dot{s} > 0$. Da die dauerhafte Schadstoffemission größer als die Reaktionspartnereintragsrate ist, existiert eine stationäre Selbstreinigungsfunktion nicht. Denn der Reaktionspartnerbestand wird in der Zeit vollständig aufgebraucht ($b = 0$), die chemische Selbstreinigungsreaktion kommt zum Stillstand, es gilt $k_c \cdot s \cdot b = 0$ und in der Zeit nimmt der Schadstoffbestand gemäß (2.5) kontinuierlich zu.

Bedingung 2: $k_b(b_s - b) > 0$

Wird der Reaktionspartner nicht in die aggregierte Wasserressource kontinuierlich eingetragen, $k_b(b_s - b) = 0$, dann gilt gemäß (2.7) und (2.9) $e = k_b(b_s - b) = S^c(s) = 0$. D. h. eine kontinuierliche Schadstoffemission $e > 0$ wird langfristig nicht neutralisiert. Und formal geht das chemische Selbstreinigungsmodell (2.4) in das chemische Selbstreinigungsmodell (2.3) über.

Bei dem chemischen Selbstreinigungsmodell (2.4) ist jedoch zu beachten, daß es nur mit der Annahme eines approximativ unendlich großen Kalksteinbestands operiert, der dauerhaft als natürlicher Reaktionspartneremittent wirksam ist. In einer exakten chemischen Selbstreinigungsanalyse werden diese Kalksteinbestände jedoch durch die konti-

¹⁵Im folgenden benutzen wir für alle Differentialquotienten eine verkürzte Schreibweise in der Form: $S_s^c := \frac{dS^c(s)}{ds}$ und $S_{ss}^c := \frac{d^2S^c(s)}{ds^2}$ etc.

nuierliche Schadstoffemission langfristig vollständig aufgebraucht, so daß eine dauerhafte natürliche Reaktionspartnerzufuhr nicht stattfindet – also $k_b(b_s - b) = 0$ ist – und eine stationäre chemische Selbstreinigungsfunktion nicht existiert. Wenn also bei permanenter Säureemission ein dauerhafter natürlicher Selbstreinigungsprozeß gemäß Nilson (1986) und Hettelingh u. a. (1991) in skandinavischen Wasserressourcen beobachtbar bzw. meßbar ist, dann wird dieser bei einer exakten Selbstreinigungsanalyse langfristig von der biologischen Selbstreinigung getragen.

3.3. Biologische Selbstreinigungsmodelle

Den größten Anteil der natürlichen Selbstreinigung trägt gemäß Habeck–Tropfke (1980, S. 72) und Uhlmann (1988, S. 72 ff.) in der langen Frist die biologische Selbstreinigung. Deren Prinzip besteht Lange und Uhlmann (1989, S. 97) zufolge darin, daß in natürlichen Gewässern lebende Mikroorganismen dauerhaft organische Schadstoffe als Nahrung verzehren und zu körpereigener Masse assimilieren und zudem anorganische Schadstoffe für ihren Energiestoffwechsel verwenden¹⁶. Dabei unterscheiden sich die folgenden biologischen Selbstreinigungsmodelle von den beiden chemischen Modellen (2.3) und (2.4) dadurch, daß Mikroorganismen ausschließlich den Schadstoff als Nahrung verzehren und damit den Selbstreinigungsprozeß vorantreiben.

3.3.1. Streeter–Phelps–Modell

Das Streeter–Phelps–Modell analysiert die zeitliche Änderung des Schadstoff– und des Sauerstoffbestands in Wasserressourcen. Die Determinanten des zeitlichen Verhaltens des Sauerstoffbestands sind Streeter und Phelps (1925, S. 16 ff.) zufolge die kontinuierliche Belüftung und der durch den Schadstoffabbau aerober¹⁷ Mikroorganismen bedingte Sauerstoffverbrauch. Die aeroben Mikroorganismen werden jedoch von Streeter und Phelps nicht explizit in die Selbstreinigungsanalyse mit einbezogen. Bei dauerhafter Schadstoffemission hat das Streeter–Phelps–Modell, das Beck (1978, S. 153 ff.), Tassin und Thevenot (1989, S. 229 ff.) zufolge bevorzugt für Simulationszwecke verwendet wird,

¹⁶Zu organischen Schadstoffen zählt man etwa Fäkalien oder Schlachthofabfälle und zu den anorganischen Schadstoffen rechnet man z. B. Laugen (Basen), Säuren und Salze.

¹⁷Neben aeroben an Sauerstoff gebundenen biologischen Selbstreinigungsmechanismen gibt es anaerobe Selbstreinigungsprozesse, die ohne Sauerstoff ablaufen. Diese sind jedoch sehr viel langsamer als aerobe Prozesse und gemäß Hartmann (1988, S. 215 ff.) und Bever und Teichmann (1990, S. 26) mit starken Fäulnisprozessen verbunden. Diese verringern die Gewässergüte jedoch so stark, daß eine ökonomische Nutzung ausgeschlossen ist. Daher sind nur aerobe biologische Selbstreinigungsprozesse von ökonomischer Bedeutung.

folgende Gestalt:

$$(2.10) \quad \dot{s} = e - k \cdot s \quad [\text{Schadstoffbestandsänderung}^{18}]$$

$$\dot{o} = -k \cdot s + k_0(o_s - o) \quad [\text{Sauerstoffbestandsänderung}]$$

In (2.10) ist die Selbstreinigungsreaktion durch den Term $k \cdot s$ gegeben. Die positive Konstante k hat die Dimension $[1/\text{Zeit}]$, so daß die Selbstreinigungsreaktion die Dimension $[\text{Masse}/\text{Zeit}]$ hat. Weiter symbolisiert o den Sauerstoffbestand, der über die positive Sauerstoffeintragskonstante k_0 der Dimension $[1/\text{Zeit}]$ bis zum Erreichen eines konstanten Sauerstoffsättigungswerts o_s in die Wasserressource gelangt. Der Sauerstoffeintragsrate $k_0(o_s - o) \geq 0$ wirkt die den Sauerstoff verbrauchende Selbstreinigungsreaktion $k \cdot s$ entgegen. Dabei steigt (sinkt) / stagniert / sinkt (steigt) im Streeter-Phelps-Modell der Schadstoffbestand (Sauerstoffbestand) in der Zeit genau dann, wenn die Schadstoffemission größer / genauso groß wie / kleiner ist als die Sauerstoffeintragsrate:

$$\dot{s} \gtrless 0 \quad \wedge \quad \dot{o} \gtrless 0 \quad \Leftrightarrow \quad e \gtrless k_0(o_s - o) \quad \forall \quad s \geq 0, o \geq 0$$

In der langen Frist, $\dot{s} = \dot{o} = 0$, resultiert aus (2.10):

$$(2.11) \quad e = k_0(o_s - o) \geq 0 \quad [\text{Stationäre Sauerstoffeintragsrate}]$$

Die stationäre Sauerstoffeintragsrate ist in (2.11) genau dann **maximal** und beträgt $e_s := k_0 \cdot o_s > 0$, wenn kein Sauerstoffbestand in der Wasserressource vorhanden ist ($o = 0$). Und es herrschen in der Wasserressource aerobe / anaerobe Verhältnisse vor, wenn die dauerhafte Schadstoffemission die maximale stationäre Sauerstoffeintragsrate $e_0^s := k_0 \cdot o_s$ unterschreitet / erreicht bzw. überschreitet:

$$o = o_s - \frac{e}{k_0} \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad e \leq e_0^s := k_0 \cdot o_s$$

Die stationäre biologische Selbstreinigungsfunktion ist durch $\dot{s} = 0$ festgelegt.

¹⁸Streeter und Phelps analysieren nicht den Schadstoffbestand s , sondern den Sauerstoffbedarf L_x hinsichtlich seiner zeitlichen Änderung. Dieser ist Streeter und Phelps (1925, S. 5) zufolge das Sauerstoffäquivalent zu der Schadstoffmasse s , welche die Mikroorganismen in x Zeiteinheiten unter Sauerstoffverbrauch abbauen.

$$(2.12) \quad e = S^a(s) := k \cdot s$$

Das Bild 2.5 stellt die stationäre Selbstreinigungsfunktion $S^a(s)$ graphisch dar.

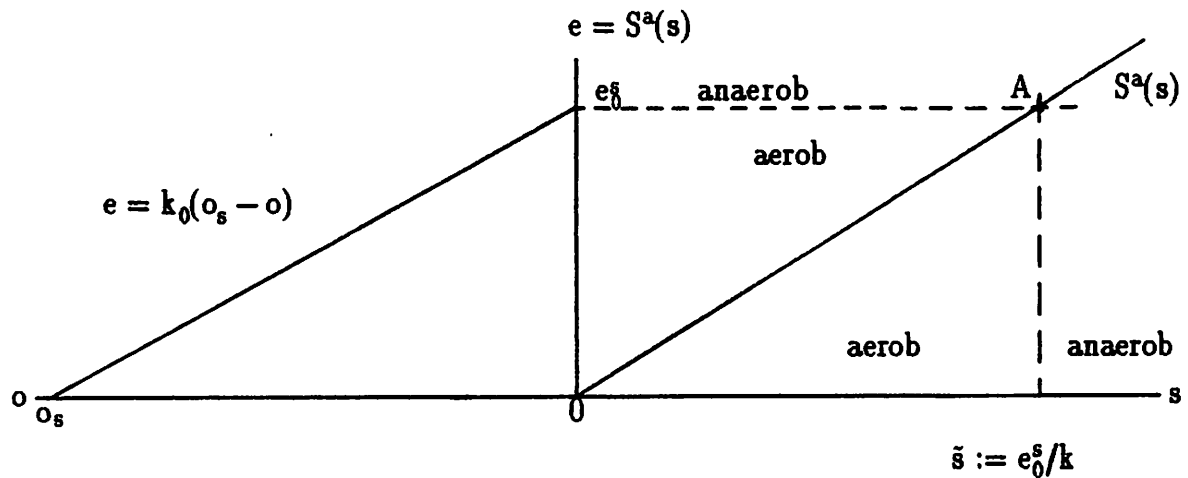


Bild 2.5: Stationäre biologische Selbstreinigungsfunktion im Streeter–Phelps–Modell

Die stationäre Streeter–Phelps–Selbstreinigungsfunktion $S^a(s)$ stützt die **zweite Hypothese** der umweltökonomischen Literatur über stationäre Selbstreinigungsprozesse, steigt im Bild 2.5 linear, $S_s^a = k > 0$, durch den Koordinatensystemursprung und verfügt über eine unendliche hohe Assimilationskapazität $\lim_{s \rightarrow \infty} S^a(s) \rightarrow \infty$.

Im Streeter–Phelps–Modell ist die Selbstreinigungsreaktion $k \cdot s$ nicht (in formal gleicher Weise wie die chemische Selbstreinigungsreaktion an den Reaktionspartner) an den Sauerstoffbestand gekoppelt. Daher verläuft der stationäre Selbstreinigungsprozeß im Bild 2.5 auch dann **unvermindert** weiter, wenn die Schadstoffemission e die maximale Sauerstoffeintragsrate $e_0^s := k_0 \cdot o_s$ übersteigt und der Sauerstoffbestand gemäß (2.11) in der Wasserressource bereits **vollständig** aufgebraucht ist und anaerobe Verhältnisse eingetreten sind ($o = 0$).¹⁹ Da jedoch im anaeroben Bereich die für die Selbstreinigungsreaktion verantwortlichen aeroben Mikroorganismen mangels Sauerstoff absterben, kann eine

¹⁹Im zweiten Quadranten des Bilds 2.5 schneidet die Gerade, welche den stationären Sauerstoffeintrag geometrisch repräsentiert, die e -Achse bei $e_0^s := k_0 \cdot o_s$ und teilt dadurch die stationäre Selbstreinigungsfunktion für $e < e_0^s \Rightarrow o > 0$ in einen aeroben und für $e > e_0^s \Rightarrow o = 0$ in einen anaeroben Bereich auf. Im ersten Quadranten des Bilds 2.5 ist der Schadstoffbestandsschwellenwert \bar{s} , ab dem anaerobe Verhältnisse in der Wasserressource vorherrschen, geometrisch durch den Schnittpunkt A der stationären Selbstreinigungsfunktion mit der maximalen Sauerstoffeintragsrate festgelegt.

mikrobielle Schadstoffassimilation nicht dauerhaft ablaufen. Daher ist die Aussagefähigkeit des Streeter–Phelps–Modells auf den aeroben Bereich beschränkt. Weiter nehmen Streeter und Phelps offenbar implizit an, daß für die Schadstoffassimilation dauerhaft ein genügend groß und zeitlich konstanter aerober Mikroorganismenbestand in der Wasserressource vorhanden ist. Gemäß dem Massenerhaltungsgesetz ist diese Annahme jedoch unzulässig. Denn die biologische Selbstreinigung kann Schadstoffmassen nicht vernichten, sondern lediglich zu Mikroorganismenmasse assimilieren. Somit muß sich der Mikroorganismenbestand beim Schadstoffverzehr wie im folgendem biologischen Selbstreinigungsmodell von Monod zeitlich ändern und mitwachsen.

3.3.2. Monod–Modell

Die Wirkungsweise des Monod–Modells basiert auf dem biologischen Selbstreinigungsmodell von Kummert und Stumm (1992, S. 41, 122 und 167) und Heathwaite (1993, S. 100):

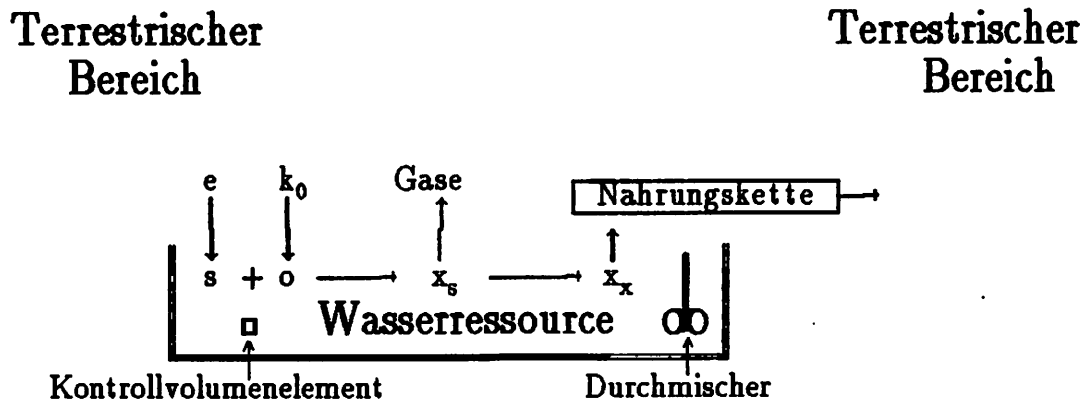


Bild 2.6: Biologische Selbstreinigung im Monod–Modell

Im Bild 2.6 assimiliert der aerobe Mikroorganismenbestand x_s gemäß der Reaktionsgleichung $s + o \rightarrow x_s$ mithilfe von Sauerstoff den Schadstoff zu körpereigener Masse und harmlosen Gasen (etwa Kohlendioxyt), die aus dem Wasserkörper in die Atmosphäre entweichen. Die Mikroorganismenart x_s wird der Reaktionsgleichung $x_s \rightarrow x_x$ zufolge durch eine nächst höhere räuberische Mikroorganismenart x_x als Nahrung verzehrt.²⁰ Dabei stellt die Mikroorganismenart x_x das Anfangsglied der im Bild 2.6 durch die Re-

²⁰Die Schreibweise x_v ($v = s, x$) zeigt an, daß die Mikroorganismenart x_v ausschließlich den Schadstoff s bzw. als Räuber die Mikroorganismenart x_s als Nahrung verzehrt. Dabei ist die Mikroorganismenart x_s von der Art x_f der chemischen Selbstreinigungsmodelle (2.3) und (2.4) zu unterscheiden, die ausschließlich das geflockte Abbauprodukt f als Nahrung verwendet.

aktionsgleichung $x_x \rightarrow \boxed{\text{Nahrungskette}} \rightarrow$ gegebenen modellexogenen Nahrungskette dar, durch die die Biomasse aus dem Wasserkörper in den terrestrischen Bereich gelangt (Kummert und Stumm 1993, S. 41).

Da Mikroorganismen den Schadstoff als Nahrung verwenden und zu körpereigener Masse assimilieren, formulierte Monod das Mikroorganismenwachstum als Funktion $M(s)$ des Schadstoffbestands s . Bei der Modellierung der Mikroorganismenwachstumsfunktion $M(s)$ stützte sich Monod auf die Enzymkinetik²¹ von Michaelis und Menten (Jones 1978, S. 265 ff. und James 1993, S. 104). Gemäß Uhlmann (1988, S. 22), Andrews (1978, S. 285) und Ohgaki und Wantawin (1989, S. 259) und Bever, Stein und Teichmann (1993, S. 23) wird dabei die Mikroorganismenwachstumsfunktion $M(s)$ durch große Schadstoffbestände **gehemmt** und ist sowohl an den Sauerstoffbestand o als auch an den wachsenden Mikroorganismenbestand x_s als limitierenden Faktor gekoppelt. Somit ist der biologische Selbstreinigungsprozeß durch $M(s) \cdot o \cdot x_s$ gegeben. Das Monod-Modell berücksichtigt das "Mitwachsen" des Mikroorganismenbestands **explizit** durch eine zusätzliche Bewegungsgleichung und hat gemäß Bild 2.6 folgende Gestalt²²:

$$(2.13) \quad \dot{s} = e - M(s) \cdot o \cdot x_s \quad [\text{Schadstoffbestandsänderung}]$$

$$\dot{o} = -M(s) \cdot o \cdot x_s + k_o(o_s - o) \quad [\text{Sauerstoffbestandsänderung}]$$

$$\dot{x}_s = M(s) \cdot o \cdot x_s - (k_d + k_x \cdot \bar{x}_x) x_s \quad [\text{Mikroorganismen-} \\ \text{bestandsänderung}]$$

Die Mikroorganismenwachstumsfunktion $M(s)$ hat die Dimension $[1/\text{Masse} \cdot \text{Zeit}]$ und ist durch $M(s) := \frac{\mu \cdot s}{k_m + s + k_p \cdot s^2}$ definiert.²³ In $M(s)$ symbolisiert k_p eine positive

²¹Diese beschreibt die für das Mikroorganismenwachstum verantwortliche enzymatische Schadstoffassimilation zu Mikroorganismenmasse im Verdauungstrakt der Mikroorganismen.

²²Ein ähnliches Modell verwenden Kinzelbach (1992, S. 53 ff) und Schäfer (1992, S. 15 ff.). Die Autoren beziehen jedoch nicht die Hemmung und die kontinuierliche Schadstoffemission mit in ihre Selbstreinigungsanalyse ein.

²³Das originale Monod-Modell von 1942 besteht gemäß Jones (1978, S. 265) nur aus den Bewegungsgleichungen für den Schadstoffbestand s und den Mikroorganismenbestand x_s und verwendet den Sättigungsterm $M_0(s) := \frac{\mu \cdot s}{k_m + s}$ ohne den Hemmterm $k_p \cdot s^2$ statt des Terms $M(s)$. Jedoch wird in neuerer naturwissenschaftlicher Literatur die Funktion $M(s)$ für das Mikroorganismenwachstum etwa von Andrews (1978, S. 285) und Ohgaki und Wantawin (1989, S. 259) verwendet und ist von Morris (1972, S. 270), Karlson (1980, S. 76) und Ahlers u. a. (1982, S. 87) aus der um den Hemmprozeß verallgemeinerten Enzymkinetik von Michaelis und Menten hergeleitet worden.

Hemmkonstante der Dimension $[1/\text{Masse}]$, die positive Michaelis–Menten–Konstante k_m hat die Dimension einer Masse, die positive Konstante μ hat die Dimension $[1/\text{Masse} \cdot \text{Zeit}]$ und der Selbstreinigungsprozeß $M(s) \cdot o \cdot x_s$ hat die Dimension $[\text{Masse}/\text{Zeit}]$. Dabei ist $s_0 := \left[\frac{k_m}{k_p} \right]^{12} = \arg \max[M(s)]$ und $M(s_0) = \frac{\mu \cdot s_0}{2k_m + s_0} = \max[M(s)]$ ist das maximale Mikroorganismenwachstum.²⁴ Der Selbstreinigungsprozeß $M(s) \cdot o \cdot x_s$ baut in der Bewegungsgleichung des

- I. Schadstoffbestands den Schadstoffbestand ab,
- II. Sauerstoffbestands den Sauerstoffbestand ab,
- III. Mikroorganismenbestands den Mikroorganismenbestand auf.

In der Bewegungsgleichung des Sauerstoffbestands wird der durch den Selbstreinigungsprozeß verursachte Sauerstoffverbrauch wie im Streeter–Phelps–Modell permanent über den Sauerstoffeintrag $k_0(o_s - o)$ in den Wasserkörper ausgeglichen und in der Bewegungsgleichung des Mikroorganismenbestands wirkt die Selbstveratmungsrate²⁵ $k_d \cdot x_s$ der Mikroorganismen und die Freßrate $k_x \cdot x_s \cdot \bar{x}_x$ der Mikroorganismenart x_s durch eine nächst höhere vereinfachend als konstant vorausgesetzte Mikroorganismenart \bar{x}_x der Wachstumsgeschwindigkeit $M(s) \cdot o \cdot x_s$ entgegen. Weiter hat die positive Veratmungskonstante k_d die Dimension $[1/\text{Zeit}]$ und die positive Konstante k_x die Dimension $[1/\text{Zeit} \cdot \text{Masse}]$. Dabei gilt im einzelnen:

$$(2.14) \quad \dot{s} \gtrless 0 \Leftrightarrow e \gtrless M(s) \cdot o \cdot x_s$$

Der Schadstoffbestand s steigt / stagniert / sinkt in der Zeit genau dann, wenn die Schadstoffemission größer / genauso groß wie / kleiner ist als der Selbstreinigungsprozeß.

$$(2.15) \quad \dot{o} \gtrless 0 \Leftrightarrow M(s) \cdot o \cdot x_s \gtrless k_0(o_s - o)$$

Der Sauerstoffbestand o steigt / stagniert / sinkt in der Zeit genau dann, wenn der

²⁴Die Schreibweise $s_0 = \arg \max[M(s)]$ zeigt an, daß der Schadstoffbestand s_0 das Argument ist, das die Funktion $M(s)$ maximiert und die Schreibweise $M(s_0) = \max[M(s)]$ besagt, daß der Funktionswert $M(s_0)$ das globale Maximum der Funktion $M(s)$ ist.

²⁵Darunter versteht man die anteilige Umwandlung der Mikroorganismenmasse zu Kohlendioxyt und harmlosen Gasen, die aus dem Wasserkörper in die Atmosphäre entweichen.

Sauerstoffverbrauch größer / genauso groß wie / kleiner ist als der Sauerstoffeintrag.

$$(2.16) \quad \dot{x}_s \gtrless 0 \quad \Leftrightarrow \min[e, k_0(o_s - o)] \gtrless (k_d + k_x \cdot \bar{x}_x) x_s$$

Der Mikroorganismenbestand x_s wächst / stagniert / nimmt in der Zeit genau dann ab, wenn der jeweils kleinere Betrag von der Schadstoffemission und der Sauerstoffeintragsrate größer / genauso groß wie / kleiner ist als die Geschwindigkeit $(k_d + k_x \cdot \bar{x}_x) x_s$, mit der die Mikroorganismenmasse durch die exogene Nahrungskette aus dem Wasserkörper in den terrestrischen Bereich gelangt. Den Fall $\dot{x}_s \geq 0$ bezeichnet man als **Eutrophierung** – das ist die durch Biomassenakkumulation verursachte Anreicherung eines Wasserkörpers mit organischen Nährstoffen.

Langfristig, $\dot{s} = \dot{o} = \dot{x}_s = 0$, determiniert die stationäre Sauerstoffeintragsrate, die Mikroorganismenwachstumsfunktion $M(s)$ und die mit $k_a := k_d + k_x \bar{x}_x$ aus der Bewegungsgleichung der Mikroorganismen folgende stationäre Sauerstoffverbrauchsfunktion,

(2.17)

$$o = O(s) := \frac{k_a}{M(s)} = k_a \cdot \frac{s + k_m + k_p \cdot s^2}{\mu \cdot s} \leq o_s \quad \left[\begin{array}{l} \text{Stationäre Sauerstoff-} \\ \text{verbrauchsfunktion} \end{array} \right],$$

die stationäre Selbstreinigungsfunktion:

(2.18)

$$e = S^m(s) := k_0 \cdot o_s - k_0 \cdot k_a \cdot \frac{s + k_m + k_p \cdot s^2}{\mu \cdot s} \geq 0 \quad \left[\begin{array}{l} \text{Stationäre biologische} \\ \text{Selbstreinigungsfunktion} \end{array} \right]$$

In (2.18) gilt $S^m(s) \geq 0$, da gemäß (2.17) $o_s \geq o$ ist. Wir interpretieren die stationäre biologische Selbstreinigungsfunktion ökologisch wie folgt: Die kontinuierliche Schadstoffemission wird permanent von den aeroben Mikroorganismen x_s derart zu körpereigener Biomasse assimiliert, daß der Bestand des Schadstoffs, des Sauerstoffs und der Mikroorganismen in der Zeit konstant bleibt. Die Funktion $e = S^m(s)$ ist im ersten Quadranten des Bilds 2.7 durch punktweises Übertragen des Graphen der Mikroorganismenwachstumsfunktion im vierten Quadranten an dem Graphen der stationären Sauerstoffverbrauchsfunktion im dritten Quadranten und an dem Graphen der Sauerstoffeintragsrate im zweiten Quadranten geometrisch konstruiert:

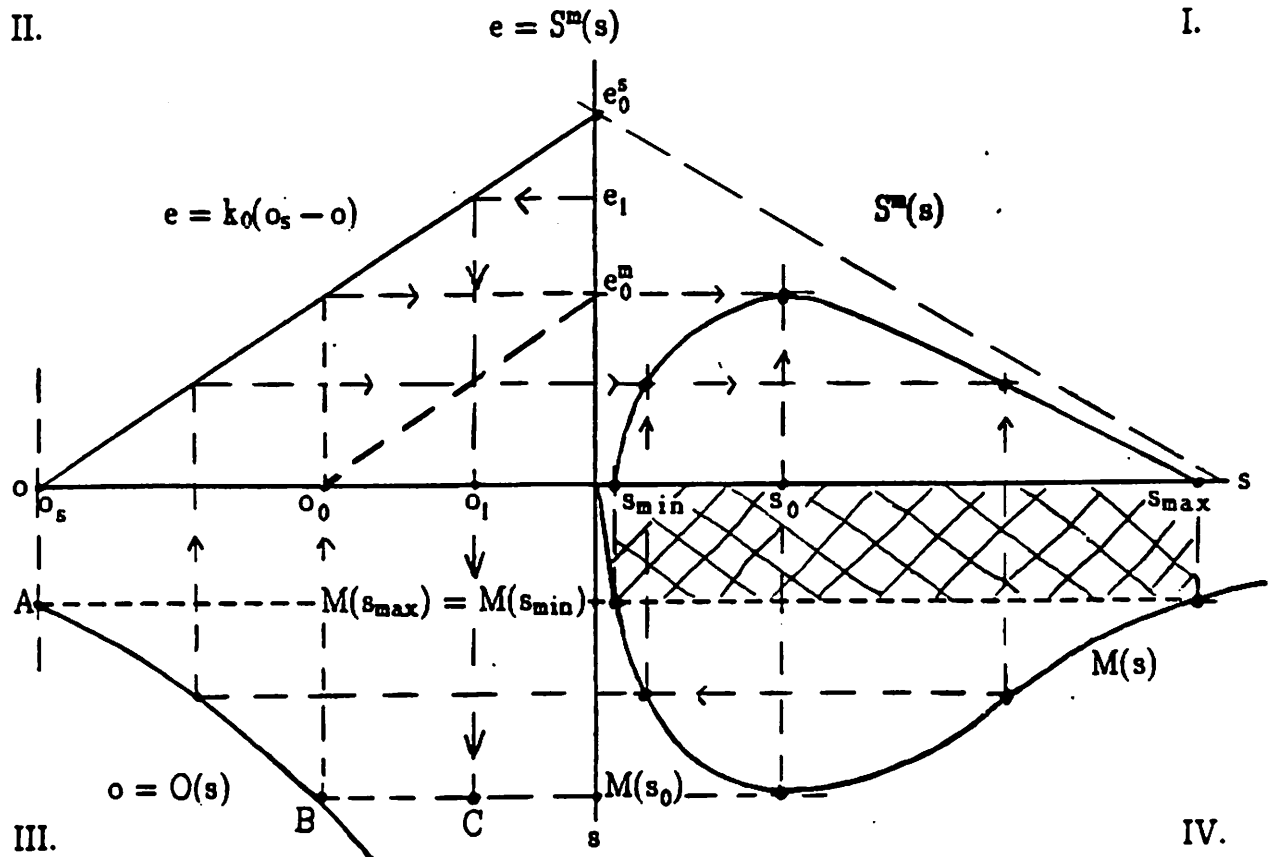


Bild 2.7: Graphische Herleitung der stationären Monod-Selbstreinigungsfunktion

Wegen der im Bild 2.7 strichliert gezeichneten Sauerstoffsättigungsgrenze $o_s \geq o$ wird nur das die schattierte Fläche umschließende Kurventeilstück der Wachstumfunktion $M(s)$ in den ersten Quadranten als Selbstreinigungsfunktion übertragen und die schraffierte Fläche aus der Wachstumsfunktion "herausgeschnitten". Die Nullstellen s_{\min} und s_{\max} der Selbstreinigungsfunktion sind durch den Schnittpunkt A der Sauerstoffsättigungsgrenze o_s mit dem Graphen der stationären Sauerstoffverbrauchsfunktion $o = O(s)$ im dritten Quadranten des Bilds 2.7 festgelegt. Algebraisch sind beide Nullstellen durch die beiden zueinander äquivalenten Gleichungen $e = S^m(s) = 0$ bzw. $O(s) = o_s$ determiniert.

Die der vierten Hypothese der umweltökonomischen Literatur über Selbstreinigungsprozesse entsprechende stationäre Monod-Selbstreinigungsfunktion hat folgende Eigenschaften: $S^m(s)$ verläuft konkav, $S_{ss}^m = -\frac{2k_a \cdot k_0 \cdot k_m}{\mu \cdot s^3} < 0$, durch die beiden Nullstellen $s_{\min} := \frac{\alpha}{2} - \left[\frac{\alpha^2}{4} - \frac{k_m}{k_p} \right]^{1/2} > 0$ und $s_{\max} := \frac{\alpha}{2} + \left[\frac{\alpha^2}{4} - \frac{k_m}{k_p} \right]^{1/2} > s_{\min}$ mit $\alpha := \frac{\mu \cdot o_s - k_a}{k_a \cdot k_p}$, hat ein globales Maximum in $s_0 := \left[\frac{k_m}{k_p} \right]^{1/2} = \arg \max[S^m(s)]$ mit $s_0 \in [s_{\min}, s_{\max}]$ und verfügt über eine Assimilationskapazität von $e_0^m = S^m(s_0) := k_0 \cdot o_s - k_0 \cdot \frac{k_a}{M(s_0)} = \max[S(s)]$. Da-

bei ist der Term $\frac{k_a}{M(s_0)} = O(s_0) =: o_0$ als der absolut **minimale stationäre** Sauerstoffbestand zu interpretieren (Punkt B im Bild 2.7), der für das langfristige Überleben des aeroben Mikroorganismenbestands x_s und somit für den dauerhaften Ablauf des biologischen Selbstreinigungsprozesses notwendig ist. Weiter sind folgende Eigenschaften der stationären biologischen Selbstreinigungsfunktion zu zeigen:

- I. $e_0^m \geq 0 \Leftrightarrow o_s \geq o_0$: Diese Aussage erhält man sofort, indem man in der Definitionsgleichung der natürlichen Assimilationskapazität $e_0^m := k_0 \cdot o_s - k_0 \cdot \frac{k_a}{M(s_0)}$ die Definition $o_0 := \frac{k_a}{M(s_0)}$ verwendet. Dann gilt $e_0^m = k_0(o_s - o_0) \geq 0 \Leftrightarrow o_s \geq o_0$. \square
- II. $\frac{\alpha^2}{4} - \frac{k_m}{k_p} \geq 0 \Leftrightarrow o_s \geq o_0$: Mithilfe der Definition für α und o_0 resultiert diese Behauptung nach einigen Umformungen. \square
- III. $s_{\min} > 0$: Mit der Definition für s_{\min} resultiert nach Umformungen die Aussage $k_m/k_p > 0$. Diese Aussage ist wahr, da $k_m > 0$ und $k_p > 0$ sind. \square
- IV. $s_{\min} < s_0 < s_{\max} \Leftrightarrow o_s \geq o_0$: Nach zahlreichen Umformungen resultiert diese Behauptung mithilfe der Definitionen für α , s_{\min} , s_0 und s_{\max} . \square

Eine stationäre biologische Selbstreinigungsfunktion existiert im Monod-Modell genau dann, wenn die folgenden drei Bedingungen **simultan** erfüllt sind:

Bedingung 1: $e \leq e_0^m = \max[S^m(s)]$

Diese Bedingung schreibt vor, daß der kontinuierliche Schadstoffeintrag die natürliche Assimilationskapazität nicht überschreiten darf. Um diese Bedingung ökologisch zu interpretieren, nehmen wir an, daß diese etwa durch eine Schadstoffemission von $e_1 > e_0^m$ im Bild 2.7 verletzt ist. Dann ist der stationäre Sauerstoffbestand in der aggregierten Wasserressource zu gering, um die aerobe Mikroorganismenart x_s dauerhaft am Leben zu erhalten. Folglich kommt der Selbstreinigungsprozeß langfristig zum Erliegen und der Schadstoffbestand wächst in der Zeit ins Unermeßliche. Das zeigen wir:

Die stationäre Sauerstoffeintragsrate (2.11) legt den stationären Sauerstoffbestand in der Wasserressource wie folgt fest:

$$(2.19) \quad o = o_s - \frac{e}{k_0}$$

Wenn die dauerhafte Schadstoffemission $e = e_0^m$ beträgt (Punkt B im Bild 2.7), dann läßt sich mithilfe der Definition der natürlichen Assimilationskapazität e_0^m , (2.19) und der Definition $o_0 := \frac{k_a}{M(s_0)}$ der stationäre Sauerstoffbestand durch

$$(2.20) \quad o = o_s - \frac{e_0^m}{k_0} = \frac{k_a}{M(s_0)} =: o_0 > 0$$

beschreiben. Mit der Annahme $e_1 > e_0^m$ folgt aus (2.20) unmittelbar:

$$(2.21) \quad o = o_s - \frac{e_1}{k_0} =: o_1 < o_0 = o_s - \frac{e_0^m}{k_0}.$$

Die Bewegungsgleichung des Mikroorganismenbestands x_s im Monod-Modell impliziert $\dot{x}_s \geq 0 \Leftrightarrow o \geq \frac{k_a}{M(s)}$. Der Sauerstoffbestand o_1 unterschreitet in (2.21) den minimalen stationären für das dauerhafte Überleben des aeroben Mikroorganismenbestand x_s notwendigen Sauerstoffbestand o_0 , da $e_1 > e_0^m$ ist. Daher gilt für $o_1 < o_0$ die Relation $o_1 < \frac{k_a}{M(s)}$ und somit $\dot{x}_s < 0$ (Punkt C im Bild 2.7). Folglich stirbt die Mikroorganismenart x_s in der langen Frist ab ($x_s = 0$), es gilt $M(s) \cdot o \cdot x_s = 0$ und somit gemäß (2.14) $\dot{s} > 0$. \square

Bedingung 2: $s_{\min} < s < s_{\max}$

Gemäß dieser Bedingung darf der Schadstoffbestand in der Wasserressource weder "zu gering" noch "zu groß" sein. Man erhält diese Bedingung als Lösungsmenge $\{s > 0 \mid s_{\min} < s < s_{\max}\}$ der Ungleichung $e = S^m(s) > 0$. Somit begrenzen die Nullstellen den Schadstoffbestandsbereich $s_{\min} < s < s_{\max}$, innerhalb dem die biologische Selbstreinigung dauerhaft eine kontinuierliche Schadstoffemission $e > 0$ assimilieren kann. Beträgt der Schadstoffbestand $s = s_{\min}$ bzw. $s = s_{\max}$, dann läuft der stationäre Selbstreinigungsprozeß $S^m(s)$ nicht ab. Und zwar ist s_{\min} der niedrige (Rest)-Schadstoffbestand, der in der Wasserressource noch zurückbleibt, nachdem die Mikroorganismenart x_s mangels

Schadstoff als Nahrungslieferant²⁶ in der langen Frist "verhungert" ist und s_{\max} stellt die "Schadstoffüberdosis" dar, welche die Mikroorganismenart x_s langfristig "vergiftet" und nach dem Mikroorganismenabsterben ($x_s = 0$) ebenfalls im Wasserkörper verbleibt. Somit kann der biologische Selbstreinigungsprozeß in s_{\min} und s_{\max} nicht ablaufen und bei kontinuierlicher Schadstoffemission wächst der Schadstoffbestand in der Zeit ins Unermeßliche. Das zeigen wir:

Bei einem Schadstoffbestand s , der in den beiden Intervallen $0 \leq s \leq s_{\min}$ und $s \geq s_{\max}$ liegt, gilt für das Mikroorganismenwachstum, wie das Bild 2.7 zeigt, $M(s) \leq M(s_{\min}) = M(s_{\max})$.²⁷ Dabei ist $M(s_{\min}) = M(s_{\max})$ das **minimale** Mikroorganismenwachstum, das für einen stationären Mikroorganismenbestand x_s und somit für einen stationären Selbstreinigungsprozeß erforderlich ist. Denn es gilt $M(s_{\min}) = M(s_{\max}) = \frac{k_a}{o_s}$ und weiter ist $o_s \geq o$ für alle o . Mit $\dot{o} = 0$ resultiert aus der Sauerstoffbewegungsgleichung

$$(2.22) \quad x_s = \frac{k_0 (o_s - o)}{M(s) \cdot o} \geq 0.$$

Weiter folgt mit $\dot{x}_s = 0$ aus der Bewegungsgleichung des Mikroorganismenbestands für alle s

$$(2.23a) \quad o = \frac{k_a}{M(s)}$$

und für $s = s_{\min}$ sowie für $s = s_{\max}$ gilt

$$(2.23b) \quad o_s = \frac{k_a}{M(s_{\min})} = \frac{k_a}{M(s_{\max})}$$

Schließlich ersetzen wir die Variable o und die Sauerstoffsättigungsgrenze o_s mit Hilfe der Gleichungen (2.23a) und (2.23b) in (2.22):

²⁶Dieser Sachverhalt wird durch experimentelle Untersuchungen von Sontheimer u. a. (1981, S. 143 ff.) in Klärwerken bestätigt. Und zwar benötigen Mikroorganismen einen **Mindestbestand an abbaubaren Stoffen** als Nahrung für ihr Wachstum.

²⁷Diese Gleichung ergibt sich durch Einsetzen von s_{\min} und s_{\max} in die Wachstumsfunktion $M(s)$ nach Umformungen. Die Wirkung des Schadstoffmangels und des -überschusses auf die Mikroorganismen ist insofern **symmetrisch**, als daß $M(s_{\min}) = M(s_{\max})$ gilt. D. h. ein "Zuviel" an Schadstoff wirkt sich auf das Mikroorganismenwachstum in gleicher Weise aus wie ein "Zuwenig" an Schadstoff.

$$(2.24) \quad x_s = k_0 \cdot \frac{M(s) - M(s_{\min})}{M(s) \cdot M(s_{\min})} \geq 0$$

Gemäß (2.24) stirbt der Mikroorganismenbestand genau dann langfristig nicht aus ($x_s > 0$), wenn das Mikroorganismenwachstum $M(s) > M(s_{\min}) = M(s_{\max})$ beträgt. Diese Ungleichung ist nur durch solche s erfüllbar, die der Bedingung $s_{\min} < s < s_{\max}$ genügen. Für den Fall $M(s) = M(s_{\min}) = M(s_{\max})$ ist wegen (2.24) $x_s = 0$ und der Selbstreinigungsprozeß läuft nicht ab, es gilt $M(s) \cdot o \cdot x_s = 0$ und aus (2.14) resultiert $\dot{s} > 0$. \square

Bedingung 3: $o_s > o_0$

Diese Bedingung schreibt vor, daß der Sauerstoffsättigungswert o_s den (niedrigen) Schwellenwert o_0 übersteigen muß, damit eine dauerhafte Schadstoffemission langfristig assimilierbar ist. Und zwar gilt im Steady-State $0 \leq S^m(s) = e = k_0(o_s - o) \Leftrightarrow o_s \geq o \geq o_0$. Somit gilt ebenso die Bedingung 3: $e = S^m(s) > 0 \Leftrightarrow o_s > o_0$.²⁸ Dabei ist nämlich gemäß (2.22) $x_s = \frac{k_0(o_s - o)}{M(s) \cdot o} \geq 0 \Leftrightarrow o_s \geq o_0$. D. h. im Fall $o_s = o_0$ ist der Sauerstoffsättigungswert o_s zu gering, um die Mikroorganismenart x_s dauerhaft am Leben zu erhalten. Denn wegen $o_0 \leq o$ ist dann langfristig $x_s = \frac{k_0(o_0 - o)}{M(s) \cdot o} = M(s) \cdot o \cdot x_s = 0$ und wegen (2.14) gilt bei dauerhaftem Schadstoffeintrag $\dot{s} > 0$. In der geometrischen Analyse verschiebt sich bei $o_s = o_0$ die Sauerstoffeintragsgerade im zweiten Quadranten des Bilds 2.7 von der Position $\overline{o_s e_0^m}$ parallel um das Streckenstück $\overline{o_s o_0}$ auf die strichliert gezeichnete Gerade $\overline{o_0 e_0^m}$. Und die Funktion $S^m(s)$ degeneriert zu einem einzigen Punkt $s = s_0$ auf der s -Achse. In diesem Punkt gilt dann $e = 0$ und $s_{\min} = s_0 = s_{\max}$. Falls die dauerhafte Schadstoffemission in die Wasserressource gestoppt wird ($e = 0$), dann ist s_0 der Schadstoffbestand, der in der Wasserressource bei der (niedrigen) Sauerstoffsättigungsgrenze von $o_s = o_0$ zurückbleibt, nachdem die Mikroorganismenart x_s mangels Sauerstoff ausgestorben ist. Ist die Bedingung $o_s > o_0$ erfüllt, dann gilt wegen $o_s > o$ die Ungleichung $x_s = \frac{k_0(o_s - o)}{M(s) \cdot o} > 0$. Und der Mikroorganismenbestand bleibt als Motor der biologischen Selbstreinigung langfristig am Leben. Der Mikroorganismenbestand x_s überlebt im Sauerstoffsättigungsfall $o_s > o_0$ auch dann, wenn der Sauerstoffbestand in der Wasserressource $o = o_0$ beträgt. Dann ist gemäß (2.22) $x_s = \frac{k_0(o_s - o_0)}{M(s) \cdot o_0} > 0$.

²⁸Oben haben wir gezeigt, daß $e_0^m \geq 0 \Leftrightarrow o_s \geq o_0$. Diese Aussage ist ein Spezialfall der Bedingung 3, da $e = e_0^m$ ein Funktionswert der Funktion $S^m(s)$ mit $e_0^m = \max\{S^m(s)\}$ ist.

Dabei ist das Monod–Modell dem Streeter–Phelps–Modell überlegen, da es im Gegensatz zu diesem

- I. das Mikroorganismenwachstum explizit in der analytischen Form einer zusätzlichen Bewegungsgleichung für den Mikroorganismenbestand,
- II. die Kopplung der biologischen Selbstreinigungsreaktion an den Sauerstoff- und an den Mikroorganismenbestand als limitierende Faktoren und
- III. die für Schadstoffe charakteristische Hemmung des Mikroorganismenwachstums berücksichtigt.

Somit kommt das Monod–Modell der ökologischen Realität aquatischer Ökosysteme näher als das Streeter–Phelps–Modell und ist daher als wesentlich geeigneter für die umweltökonomische Modellbildung einzustufen.

3.4. Kooperatives Selbstreinigungsmodell

In kooperativen Selbstreinigungsmodellen greifen Straskraba und Gnauck (1985, S. 102) zufolge sowohl chemische als auch biologische Selbstreinigungsprozesse an den Schadstoffbeständen an.²⁹ Die Kooperativität zwischen der chemischen und der durch das Monod–Modell beschriebenen biologischen Selbstreinigungskomponente können wir wie folgt modellieren:

(2.25)

$$\dot{s} = e - k_c \cdot s \cdot b + k_r \cdot p - M(s) \cdot o \cdot x_s \quad [\text{Schadstoffbestandsänderung}]$$

$$\dot{b} = -k_c \cdot s \cdot b + k_r \cdot p \quad [\text{Reaktionspartnerbestandsänderung}]$$

$$\dot{p} = k_c \cdot s \cdot b - k_r \cdot p - k_f \cdot p \quad [\text{Abbauproduktbestandsänderung}]$$

$$\dot{f} = k_f \cdot p - k_l \cdot f \cdot \bar{x}_f \quad [\text{Bestandsänderung des geflockten Abbauproduktes}]$$

²⁹James (1993, S. 97) verwendet den Begriff "Konkurrierende Reaktionen".

$$\dot{o} = -M(s) \cdot o \cdot x_s + k_0(o_s - o) \quad [\text{Sauerstoffbestandsänderung}]$$

$$\dot{x}_s = M(s) \cdot o \cdot x_s - (k_d - k_x \bar{x}_x) x_s \quad [\text{Mikroorganismenbestandsänderung}]$$

Dabei nehmen wir an, daß die aquatische Mikroorganismenart x_x ausschließlich die Mikroorganismenart x_s als Beute verzehrt und die beiden anderen Mikroorganismenarten x_f und x_g ausschließlich das geflockte Abbauprodukt bzw. den Schadstoff als Nahrung verwenden.

In der langen Frist, $\dot{s} = \dot{b} = \dot{p} = \dot{f} = \dot{o} = \dot{x}_s = 0$, resultiert aus dem kooperativen Selbstreinigungsmodell die stationäre Monod-Selbstreinigungsfunktion (2.18). Denn die dauerhafte Schadstoffemission wirkt bei der biologischen Selbstreinigungskomponente als Nahrungslieferant und baut somit den Mikroorganismenbestand als limitierenden Faktor auf. Dagegen baut der permanente Schadstoffeintrag bei der chemischen Selbstreinigungskomponente den Reaktionspartnerbestand als limitierenden Faktor ab. Denn der Reaktionspartner wird in einer exakten Selbstreinigungsanalyse auf natürlichem Weg nicht dauerhaft zugeführt. Folglich kommt in der langen Frist die chemische Selbstreinigung zum Stillstand, so daß effektiv nur noch die biologische Selbstreinigungskomponente in der Gestalt der stationären Monod-Selbstreinigungsfunktion langfristig wirksam ist.

4. Transformation des Schadstoffmeßkonzepts in ein Meßkonzept für Gewässergüte

Mithilfe einer Indexfunktion, die den Gewässergütebestand q in Einheiten des Schadstoffbestands s definiert, transformieren wir gemäß Mäler (1974, S. 64) und Pethig (1975, S. 105) das Schadstoffmeßkonzept, in ein Meßkonzept für die Gewässergüte:

$$(2.26) \quad q = V(s) := q_{\text{nat}} - s \quad [\text{Indexfunktion}]$$

In (2.26) symbolisiert $q_{\text{nat}} \geq q$ die natürliche Gewässergüte. Diese ist definitionsgemäß genau dann realisiert, wenn kein Schadstoff ($s = 0$) in der Wasserressource vorhanden ist. Weiter definieren wir den Gewässergütenullpunkt mithilfe des Schadstoffbestands s_{max} , ab dem im Monod-Modell und im kooperativen Selbstreinigungsmodell eine stationäre Selbstreinigung nicht mehr abläuft:

$$(2.27) \quad q = V(s_{\text{max}}) = q_{\text{nat}} - s_{\text{max}} =: 0$$

In (2.27) beeinträchtigt der Schadstoffbestand von $s = s_{\max}$ die Gewässergüte einer Wasserressource so stark, daß diese für ökonomische Zwecke der Produktion und Konsumption unbrauchbar ist und somit Null beträgt. Somit gilt gemäß (2.26) und (2.27):

$$q = V(s) \geq 0 \Leftrightarrow s \leq s_{\max}$$

D. h. die Gewässergüte ist aus volkswirtschaftlicher Sicht genau dann positiv / mit null / negativ zu bewerten, wenn der Schadstoffbestand den Schwellenwert s_{\max} unterschreitet / erreicht / überschreitet.

Weitere Indexfunktionen gibt z. B. Ott (1978, S. 52 ff.) an. Das Schadstoffmeßkonzept transformieren wir algebraisch in das Gewässergütemeßkonzept, indem wir mithilfe der Indexfunktion (2.17) die Schadstoffbestandsvariable s durch die Gewässergütebestandsvariable $(q_{\text{nat}} - q)$ in den stationären Selbstreinigungsfunktionen (2.9), (2.12) und (2.18) ersetzen. Dabei ist die natürliche Assimilationskapazität bei allen drei stationären Selbstreinigungsfunktionen gegenüber dieser Meßkonzepttransformation invariant. Mithilfe der Definitionen $e_0^c := k_b \cdot b_s$ und $e_0^s := k_0 \cdot o_s$ erhält man folgende drei stationäre Gewässergütere regenerationsfunktionen:

$$(2.28) \quad e = E^c(q) := e_0^c - \frac{k_b \cdot e_0^c}{\mu(q_{\text{nat}} - q) + k_b}$$

$$(2.29) \quad e = E^a(q) := k(q_{\text{nat}} - q)$$

$$(2.30) \quad e = E^m(q) := e_0^s - k_0 \cdot k_a \cdot \frac{q_{\text{nat}} - q + k_m + k_p(q_{\text{nat}} - q)^2}{\mu(q_{\text{nat}} - q)}$$

Gemäß Pethig (1988, S. 220) wirkt die kontinuierliche Schadstoffemission in den drei stationären Gewässergütere regenerationsfunktionen wie eine dauerhafte "Ernte" einer (kleinen) Einheit "nachwachsender" Gewässergüte". Und Ströbele (1987, S. 129) zufolge ist die Steigung E_q^i ($i = c, a, m$) einer jeweiligen Gewässergütere regenerationsfunktion ökologisch als deren Eigenertragsrate an Gewässergüteeinheiten zu interpretieren. Im Bild 2.8 ist die graphische Transformation des Schadstoffmeßkonzepts in das Gewässergütemeßkonzept am Beispiel der stationären Monod-Selbstreinigungsfunktion dargestellt.

Weiter verläuft im Bild 2.9 die stationäre Gewässergütere regenerationsfunktion $E^c(q)$ mit negativer Steigung, $E_q^c = -\frac{k_b \cdot e_0 \cdot \kappa}{[\kappa(q_{\text{nat}} - q) + k_b]^2} < 0$, und konkaver Krümmung, $E_{qq}^c = -\frac{2k_b \cdot e_0 \cdot \kappa^2}{[\kappa(q_{\text{nat}} - q) + k_b]^3} < 0$, durch den e-Achsenabschnitt $e_c := e_0 - \frac{k_b \cdot e_0}{\kappa \cdot q_{\text{nat}} + k_b} \in [0, e_0]$ und die Nullstelle $q = q_{\text{nat}}$.

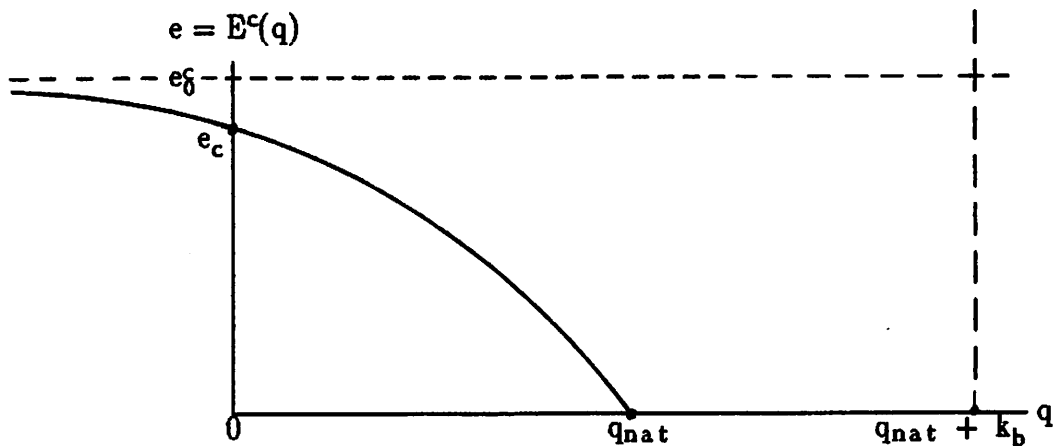


Bild 2.9: Stationäre chemische Gewässergütere regenerationsfunktion

Schließlich fällt die stationäre Streeter-Phelps- Gewässergütere regenerationsfunktion im Bild 2.10 linear, $E_q^a = -k < 0$, durch den e-Achsenabschnitt $e_a := k \cdot q_{\text{nat}}$ und die Nullstelle $q = q_{\text{nat}}$.

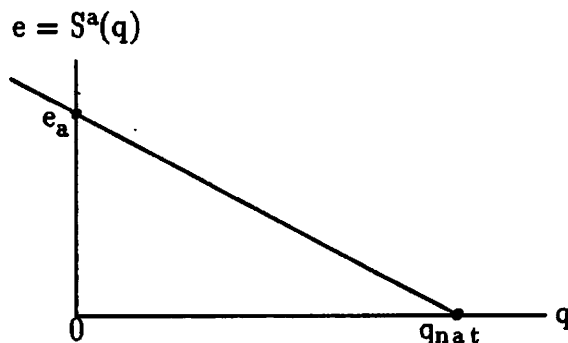


Bild 2.10: Stationäre Streeter-Phelps-Gewässergütere regenerationsfunktion

Wie die Bilder 2.8 und 2.9 zeigen, gleicht der Graph der stationären chemischen Gewässergütere regenerationsfunktion qualitativ dem im Intervall $[q_0, q_{\text{max}}]$ liegenden fallenden Kurvenast des Graphen der stationären Monod-Gewässergütere regenerationsfunktion. Dabei wird bei den stationären Gewässergütere regenerationsfunktionen (2.28) und (2.29)

im Bild 2.9 und im Bild 2.10 die natürliche Gewässergüte $q_{\text{nat}} := V(s=0)$ vollständig auf natürlichem Wege wiederhergestellt, wenn die Schadstoffemission in die Wasserressource langfristig gestoppt wird. Dagegen wird bei der Monod-Gewässergüteregenerationsfunktion (2.30) bei Nullschadstoffemission nur eine Gewässergüte in der Höhe von $q_{\text{max}} := V(s_{\text{min}}) < q_{\text{nat}}$ regeneriert. Denn s_{min} ist der niedrige Schadstoffbestand, der bei Nullschadstoffemission in der Wasserressource noch zurückbleibt, nachdem im Monod-Modell die Mikroorganismen wegen des "Abbruchs" der kontinuierlichen Schadstoffzuführung (als Nahrung) langfristig "verhungert" sind und den Bestand s_{min} daher nicht mehr assimilieren können.

5. Abschließende Bemerkungen

In umweltökonomischer Literatur findet man mehrere stark unterschiedliche Hypothesen über natürliche Selbstreinigungsprozesse in Wasserressourcen. Dieser Aufsatz stellt stationäre Selbstreinigungsmodelle aus naturwissenschaftlicher Literatur vor und überprüft, welche der in der Umweltökonomie verwendeten Selbstreinigungshypothesen naturwissenschaftlich fundiert sind.

Bei dauerhafter Schadstoffemission ist die chemische Selbstreinigung nur dann langfristig wirksam, wenn ein Reaktionspartner, mit dem der Schadstoff zu einem harmlosen Abbauprodukt reagiert, permanent auf natürlichem Wege in die Wasserressource gelangt. In skandinavischen Gewässern wird der für den Abbau dauerhafter Säureemissionen notwendige Reaktionspartner von großen Kalksteinbeständen kontinuierlich auf natürlichem Wege zugeführt. Das chemische Selbstreinigungsmodell mit dauerhafter Reaktionspartnerzuführung nimmt an, daß diese Kalksteinbestände näherungsweise unendlich groß sind, somit dauerhaft als Reaktionspartneremittenten wirken und dadurch wiederum die Existenz einer stationären chemischen Selbstreinigungsfunktion gewährleisten. Die Existenz der stationären Selbstreinigungsfunktion ist im chemischen Selbstreinigungsmodell an folgende zwei Bedingungen geknüpft, die simultan erfüllt sein müssen:

- I. Die dauerhafte Schadstoffemission darf die durch den maximalen Reaktionspartnereintrag determinierte Assimilationskapazität nicht überschreiten.
- II. Der Reaktionspartner muß dauerhaft in die Wasserressource eingetragen werden.

In einer exakten chemischen Selbstreinigungsanalyse werden die als "Reaktionspartnerquelle" wirksamen Kalksteinbestände jedoch langfristig vollständig aufgebraucht, so daß

eine dauerhafte natürliche Reaktionspartnerzufuhr nicht stattfinden kann und eine stationäre chemische Selbstreinigungsfunktion nicht existiert. Wenn also kontinuierliche Schadstoffemissionen dauerhaft durch natürliche Selbstreinigungsprozesse neutralisiert werden, dann sind dafür in einer exakten Selbstreinigungsanalyse biologische Selbstreinigungsprozesse verantwortlich. Diese sind in der ökologischen Realität an aquatische Mikroorganismen und den Sauerstoffbestand als limitierende Faktoren gekoppelt. Das Streeter-Phelps-Modell berücksichtigt im Gegensatz zum Monod-Modell nicht das Mikroorganismenwachstum und die Sauerstofflimitierung der mikrobiellen Schadstoffassimilation. Und das kooperative Selbstreinigungsmodell bezieht neben der biologischen Monod-Selbstreinigungskomponente zusätzlich die chemische Selbstreinigungskomponente in die Analyse ein. Im Steady-State resultiert aus dem Monod-Modell und dem kooperativen Selbstreinigungsmodell die stationäre Monod-Selbstreinigungsfunktion, da langfristig der chemische Selbstreinigungsprozeß mangels Reaktionspartners zum Stillstand kommt und daher nur die biologische Selbstreinigungsaktivität effektiv wirksam ist. Die Existenz der stationären Monod-Selbstreinigungsfunktion hängt von drei Bedingungen ab, die gleichzeitig erfüllt sein müssen:

- I. Die dauerhafte Schadstoffemission darf die natürliche Assimilationskapazität nicht überschreiten.
- II. Der Schadstoffbestand darf weder "zu niedrig noch zu hoch" sein.
- III. Der Sauerstoffsättigungswert muß genügend "hoch" sein, d. h. einen gewissen Schwellenwert überschreiten.

Weiter ist die stationäre Monod-Selbstreinigungsfunktion ökologisch realitätsnäher als die Streeter-Phelps-Selbstreinigungsfunktion und muß daher als für die umweltökonomische Modellbildung als wesentlich geeigneter eingestuft werden.

Als Ergebnis für die umweltökonomische Modellbildung halten wir fest: Es gibt drei verschiedene stationäre Selbstreinigungsfunktionen, die auf unterschiedlichen naturwissenschaftlichen Selbstreinigungsmodellen basieren. Mithilfe einer Indexfunktion, die das Schadstoffmeßkonzept in ein Meßkonzept für Gewässergüte transformiert, gewinnen wir aus diesen drei stationären Selbstreinigungsfunktionen die entsprechenden stationären Gewässergütere regenerationsfunktionen. Dabei gleicht die Monod-Gewässergütere regenerationsfunktion qualitativ der Regenerationsfunktion von Fisch- und Waldbeständen und ist von wesentlich höherer Bedeutung für die umweltökonomische Modellbildung als die anderen beiden Gewässergütere regenerationsfunktionen.

Literaturverzeichnis

- Ahlers, J.; Arnold, A.; v. Döhren, Fr. R. und Peter, H.W. (1982), *Enzymkinetik*, Gustav Fischer Verlag, Stuttgart, New York
- d'Arge, R. (1972), "Economic Growth and the Natural Environment", in: Kneese, A.V. and Bower, B.T. (Hrsg.), *Environmental Quality Analysis*, John Hopkins Press, Baltimore und London, 11–34
- Andrews, J.F. (1978), "The Development of a Dynamic Model and Control Strategies for the Anaerobic Digestion Process", in: James, A. (ed.), *Mathematical Models in Water Pollution Control*, John Wiley & Sons, Chichester u. a., 281–302
- Barbier, E.B. und Markandya, A. (1990), "The Conditions for Achieving Environmentally Sustainable Development", *European Economic Review* 34, 659–669
- Beck, M.B. (1978), "Modelling of Dissolved Oxygen in a Non-Tidal Stream", in: James, A. (ed.), *Mathematical Models in Water Pollution Control*, John Wiley & Sons, Chichester u. a., 137–166
- Bever, J.; Stein, A. und Teichmann, H. (1993), *Weitergehende Abwasserreinigung*, Oldenbourg Verlag, München und Wien
- Bonse, G. und Metzler, M. (1978), *Biotransformation organischer Fremdstoffe*, Georg Thieme Verlag, Stuttgart
- Clark, C.W. (1976), *Mathematical Bioeconomics*, John Wiley & Sons, New York u. a.
- Drews, I. (1986), *Chemie des Wassers*, VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig
- Forster, B.A. (1975), "Optimal Pollution Control with a Non-Constant Exponential Rate of Decay", *Journal of Environmental Economics and Management* 2, 1–6
- Gronych, R. (1980), *Allokationseffekte und Außenhandelswirkungen der Umweltpolitik*, J.C.B. Mohr, Tübingen
- Habeck-Tropfke, H.-H. (1980), *Abwasserbiologie*, Werner Verlag, Düsseldorf
- Haken, H. (1983), *Synergetik*, Springer-Verlag, Berlin u. a.
- Hartinger, L. (1990), *Handbuch der Abwasser- und Recycling-Technik*, Carl Hanser Verlag, München, Wien
- Hartmann, L. (1988), *Biologische Abwasserreinigung*, Springer-Verlag, Berlin u. a.
- Heathwaite, A.L. (1993), "Nitrogen Cycling in Surface Waters and Lakes", in: Burt, T.P., Heathwaite, A.L. und Trudgill, S.T. (Hrsg.), *Nitrate: Processes, Patterns and Management*, John Wiley & Sons, Baffins Lane, Chichester, 99–140
- Hettelingh, J.-P.; Downing, R.J. und de Smet, P.A.M. (1991), "European Critical Load Maps", in: Hettelingh, J.-P.; Downing, R.J. und de Smet, P.A.M. (Hrsg.), *Mapping critical Loads for Europe*, ISBN, Luxemburg u. a., 5–30
- Holleman, A.F. und Wiberg, E. (1976), *Lehrbuch der anorganischen Chemie*, Walter de Gruyter Verlag, Berlin, New York

- Hutzinger, O.; Tulp, M. TH. und Zitko, V. (1977), "Chemicals with Pollution Potential", in Hutzinger, O; Van Lelyveld, I.H. und Zoeteman, B.C.J. (Hrsg.), *Aquatic Pollutants*, Pergamon Press, Oxford u. a., 13–30
- James, A. (1993), "Modelling the Fate of Pollutants in Natural Waters – Processes and Mechanisms", in: James, A. (Hrsg.), *An Introduction to Water Quality Modelling*, John Wiley & Sons, Chichester u. a., 79–114
- Jones, G.L. (1978), "A Mathematical Model of Bacterial Groth and Substrate Utilisation in the Activated Sludge Process", in: James, A. (ed.), *Mathematical Models in Water Pollution Control*, John Wiley & Sons, Chichester u. a., 269–283
- Jorgenson, S.E. (1983), "Physical and Chemical Processes of Ecological Modelling", in: Jorgenson, S.E. (ed.), *Application of Ecological Modelling in Environmental Management*, Part A, Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam u. a., 107–129
- Jorgenson, S.E. (1988), *Fundamentals of Ecological Modelling 9*, Elsevier, Amstredam u. a.
- Karlson, P. (1980), *Kurzes Lehrbuch der Biochemie für Mediziner und Naturwissenschaftler*, Georg Thieme Verlag, Stuttgart, New York
- Katalyse e. V. (Institut für angewandte Umweltforschung) (1990), *Das Wasserbuch*, Kiepenheuer & Witsch, Köln
- Kinzelbach, W. (1992), *Numerische Methoden zur Modellierung des Transports von Schadstoffen im Grundwasser*, Oldenbourg Verlag, München, Wien
- Kneese, A.V. und Bower, B.T. (1972), *Die Wassergütwirtschaft*, R. Oldenbourg Verlag, München, Wien
- Kraft, L. (1991), "Wasser und Gewässerschutz" (2. Teil), *Unterrichtsblätter der Deutschen Bundespost*
- Kummert, R. und Stumm, W. (1992), *Gewässer als Ökosysteme: Grundlagen des Gewässerschutzes*, Verlag der Fachvereine, Zürich und B.G. Teubner, Stuttgart
- Kuylenstierna, J.C.I. und Chadwick, M.J. (1989), "The Relative Sensitivity of Ecosystems in Europe to the Indirect Effects of Acidic Depositions", in: Kämäri, J.; Brakke, D.F.; Jenkins, A.; Norton, S.P.; Wright, R.F. (eds.), *Regional Acidification Models*, Springer-Verlag, Berlin u. a., 1–21
- Lange, K.P. (1989), "Ökosysteme", in: Busch, K.-H.; Uhlmann, D. und Wiese, G., *Ingeneurökologie*, VEB Gustav Fischer Verlag, Jena, 28–31
- Lange, K.P. und Uhlmann, D. (1989), "Dynamik der Ökosysteme, Stabilität und Belastbarkeit", in: Busch, K.-H.; Uhlmann, D. und Wiese, G., *Ingeneurökologie*, VEB Gustav Fischer Verlag, Jena, 97–106
- Lienig, D. (1979), *Wasserinhaltsstoffe*, Akademie-Verlag, Berlin
- Mäler, K.-G. (1974), *Environmental Economics: A Theoretical Inquiry*, Johns Hopkins University Press, Baltimore
- Mäler, K.-G. (1977), "A Note on the Use of Property Values in Estimating Marginal Willingness to Pay for Environmental Quality" *Journal of Environmental Economics and Management* 4, 355–389

- Mäler, K.-G. (1989), "The Acid Rain Game 2", Papier zum Workshop on Economic Analysis and Environmental Toxicology, Noordwijkerhout, May
- Mäler, K.-G. (1990), "International Environmental Problems", *Oxford Review of Economic Policy* 6, No. 1, 80–108
- Mäler, K.-G. (1991), "Critical Loads and International Environmental Cooperation", Papier für das Symposium über "Conflicts and Cooperation in Managing Environmental Resources" in Siegen
- Markofsky, M. (1980), *Strömungsmechanische Aspekte der Wasserqualität*, Oldenbourg Verlag, München, Wien
- Morris, J.G. (1972), *A Biologist's Physical Chemistry*, William Clowes & Sons, London u. a.
- Mortimer, C.E. (1983), *Chemie*, Georg Thieme Verlag, Stuttgart, New York
- Nilson, J. (1986), "Introduction (to Critical Loads for Sulphur and Nitrogen)", in Nilson, J., (Hrsg.), *Critical Loads for Sulphur and Nitrogen*, The Nordic Council of Ministers, Report 1986: 11 Copenhagen, 4–29
- Ohgaki, S. und Wantawin, C. (1989), "Nitrification", in: Jorgenson, S.E. und Gromiec, M.J. (Hrsg.), *Mathematical Submodels in Water Quality Systems*, Elsevier, Amsterdam u. a., 247–330
- Ott, W.R. (1978), *Environmental Indices*, Ann Arbor Science, Michigan
- Pethig, R. (1975), "Umweltverschmutzung, Wohlfahrt und Umweltpolitik in einem Zwei-Sektoren-Gleichgewichtsmodell", *Zeitschrift für Nationalökonomie* 35, 99–124
- Pethig, R. (1979), *Umweltökonomische Allokation mit Emissionssteuern*, J.C.B. Mohr, Tübingen
- Pethig, R. (1988), "Ansatzpunkte einer ökonomischen Theorie konkurrierender Nutzungen von Wasserressourcen", in: Siebert, H. (Hrsg.), *Umweltschutz für Luft und Wasser*, Springer-Verlag, Berlin u. a., 197–240
- Pethig, R. (1989), "Trinkwasser und Gewässergüte (Ein Plädoyer für das Nutzerprinzip in der Wasserwirtschaft)", *Zeitschrift für Umweltpolitik & Umweltrecht* 12, 211–236
- Pethig, R. (1992), "Ecological Dynamics and the Valuation of Environmental Change", Discussion Paper No. 37–92 der GH–Siegen
- Plourde, C.G. (1970), "A Simple Model of Replenishable Natural Resource Exploitation", *The American Economic Review* 60, 518–522
- Rüffer, H. und Rosenwinkel, K.-H. (1991), *Taschenbuch der Industrieabwasserreinigung*, Oldenbourg Verlag, München, Wien
- Russel, C.S. und Spofford, W.O. (1972), "A Quantitative Framework for Residuals Management Decisions", in: Kneese, A.V. and Bower, B.T. (Hrsg.), *Environmental Quality Analysis*, John Hopkins Press, Baltimore and London, 115–179
- Schäfer, W. (1992), *Numerische Modellierung mikrobiell beeinflusster Stofftransportvorgänge im Grundwasser*, Oldenbourg Verlag, München, Wien

- Siebert, H. (1974), "Environmental Protection and International Specialization", *Weltwirtschaftliches Archiv* 110, 494–508
- Siebert, H. (1987), *Economics of the Environment*, Springer-Verlag, Berlin u. a.
- Solt, G. (1987), "Natural Waters", in: Lorch, W. (Hrsg.), *Handbook of Water Purification*, John Wiley & Sons, New York u. a., 67–83
- Sontheimer, H.; Jekel, M. und Roberts, P. (1981), "Probleme der Wasserqualität bei Verwendung von aufbereitetem Abwasser zur Grundwasseranreicherung", in: Aurand, K. (Hrsg.), *Bewertung chemischer Stoffe im Wasserkreislauf*, Erich Schmidt Verlag, Berlin, 136–153
- Straskraba, M. und Gnauck, A. (1985), *Freshwater Ecosystems*, Elsevier, Amsterdam u. a.
- Streeter, H.W. und Phelps, E.D. (1925), "A Study of the Pollution and Natural Purification of the Ohio River", Public Health Bulletin 146, U.S. Public Health Service, Washington, D.C.
- Ströbele, W. (1992), "Ill-Behaviour of Transformation-Frontiers with Environmental Quality versus Pollution", *Environmental and Resource Economics* 2, 19–32
- Tassin, B. und Thevenot, D.R. (1989), "Microbial Decomposition", in: Jorgenson, S.E. und Gromiec, M.J. (Hrsg.), *Mathematical Submodels in Water Quality Systems*, Elsevier, Amsterdam u. a., 217–246
- Uhlmann, D. (1988), *Hydrobiologie*, Gustav Fischer Verlag, Stuttgart u. a.
- Weimann, J. (1991), *Umweltökonomik*, Springer-Verlag, Berlin u. a.
- Willis, R. und Yeh, W. W.-G. (1987), *Groundwater Systems and Management*, Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, New Jersey

Seit 1989 erschienene Diskussionsbeiträge: Discussion papers released as of 1989:

- 1-89 Klaus Schöler, Zollwirkungen in einem räumlichen Oligopol
- 2-89 Rüdiger Pethig, Trinkwasser und Gewässergüte. Ein Plädoyer für das Nutzerprinzip in der Wasserwirtschaft
- 3-89 Rüdiger Pethig, Calculus of Consent: A Game-theoretic Perspective. Comment
- 4-89 Rüdiger Pethig, Problems of Irreversibility in the Control of Persistent Pollutants
- 5-90 Klaus Schöler, On Credit Supply of PLS-Banks
- 6-90 Rüdiger Pethig, Optimal Pollution Control, Irreversibilities, and the Value of Future Information
- 7-90 Klaus Schöler, A Note on "Price Variation in Spatial Markets: The Case of Perfectly Inelastic Demand"
- 8-90 Jürgen Eichberger and Rüdiger Pethig, Constitutional Choice of Rules
- 9-90 Axel A. Weber, European Economic and Monetary Union and Asymmetries and Adjustment Problems in the European Monetary System: Some Empirical Evidence
- 10-90 Axel A. Weber, The Credibility of Monetary Target Announcement: An Empirical Evaluation
- 11-90 Axel A. Weber, Credibility, Reputation and the Conduct of Economic Policies Within the European Monetary System
- 12-90 Rüdiger Ostermann, Deviations from an Unidimensional Scale in the Unfolding Model
- 13-90 Reiner Wolff, Efficient Stationary Capital Accumulation Structures of a Biconvex Production Technology
- 14-90 Gerhard Brinkmann, Finanzierung und Lenkung des Hochschulsystems – Ein Vergleich zwischen Kanada und Deutschland
- 15-90 Werner Güth and Rüdiger Pethig, Illegal Pollution and Monitoring of Unknown Quality – A Signaling Game Approach
- 16-90 Klaus Schöler, Konsistente konjekturale Reaktionen in einem zweidimensionalen räumlichen Wettbewerbsmarkt
- 17-90 Rüdiger Pethig, International Environmental Policy and Enforcement Deficits
- 18-91 Rüdiger Pethig and Klaus Fiedler, Efficient Pricing of Drinking Water
- 19-91 Klaus Schöler, Konsistente konjekturale Reaktionen und Marktstrukturen in einem räumlichen Oligopol
- 20-91 Axel A. Weber, Stochastic Process Switching and Intervention in Exchange Rate Target Zones: Empirical Evidence from the EMS
- 21-91 Axel A. Weber, The Role of Policymakers' Reputation in the EMS Disinflations: An Empirical Evaluation
- 22-91 Klaus Schöler, Business Climate as a Leading Indicator? An Empirical Investigation for West Germany from 1978 to 1990
- 23-91 Jürgen Ehlgen, Matthias Schlemper, Klaus Schöler, Die Identifikation branchenspezifischer Konjunkturindikatoren
- 24-91 Reiner Wolff, On the Existence of Structural Saddle-Points in Variational Closed Models of Capital Formation
- 25-91 Axel A. Weber, Time-Varying Devaluation Risk, Interest Rate Differentials and Exchange Rates in Target Zones: Empirical Evidence from the EMS
- 26-91 Walter Buhr and Reiner Wolff, Partial versus Global Optimization in Economic Dynamics: The Case of Recursive Programming
- 27-91 Klaus Schöler, Preisvariationen und beschränkte Informationen in einem räumlichen Oligopol
- 28-92 Jürgen Ehlgen, Lösen des stochastischen Wachstumsmodells durch Parameterisieren der Entscheidungsfunktion
- 29-92 Alfred W. Marusev und Andreas Pfingsten, Zur arbitragefreien Fortrechnung von Zinsstruktur-Kurven
- 30-92 Jürgen Ehlgen, Matthias Schlemper, Klaus Schöler, Die Anwendung branchenspezifischer Konjunkturindikatoren
- 31-92 Klaus Schöler, Zum strategischen Einsatz räumlicher Preistechniken
- 32-92 Günter Knieps and Rüdiger Pethig, Uncertainty, Capacity Costs and Competition in the Electric Power Industry
- 33-92 Walter Buhr, Regional Economic Growth by Policy-Induced Capital Flows: I. Theoretical Approach
- 34-92 Walter Buhr, Regional Economic Growth by Policy-Induced Capital Flows: II. Policy Simulation Results
- 35-92 Andreas Pfingsten and Reiner Wolff, Endowment Changes in Economic Equilibrium: The Dutch Disease Revisited
- 36-92 Klaus Schöler, Preiselastische Nachfrage und strategische Preisreaktionen in einem räumlichen Wettbewerbsmarkt
- 37-92 Rüdiger Pethig, Ecological Dynamics and the Valuation of Environmental Change

- 38–93 Reiner Wolff, Saddle–Point Dynamics in Non–Autonomous Models of Multi–Sector Growth with Variable Returns to Scale
- 39–93 Reiner Wolff, Strategien der Investitionspolitik in einer Region: Der Fall des Wachstums mit konstanter Sektorstruktur
- 40–93 Axel A. Weber, Monetary Policy in Europe: Towards a European Central Bank and One European Currency
- 41–93 Axel A. Weber, Exchange Rates, Target Zones and International Trade: The Importance of the Policy Making Framework
- 42–93 Klaus Schöler und Matthias Schlemper, Oligopolistisches Marktverhalten der Banken
- 43–93 Andreas Pfingsten and Reiner Wolff, Specific Input in Competitive Equilibria with Decreasing Returns to Scale
- 44–93 Andreas Pfingsten and Reiner Wolff, Adverse Rybczynski Effects Generated from Scale Diseconomies
- 45–93 Rüdiger Pethig, TV–Monopoly, Advertising and Program Quality
- 46–93 Axel A. Weber, Testing Long–Run Neutrality: Empirical Evidence for G7–Countries with Special Emphasis on Germany
- 47–94 Rüdiger Pethig, Efficient Management of Water Quality

